

СЕЛЕЦЬКИЙ В. С., к.т.н., провідний інженер ВП «Львівське відділення» філії «ГЮЦ» АТ «Укрзалізниця»

## Мережі Петрі і комплексні числа

У статті проведено розширення можливостей комплексної позиції виду  $n - im$  (вихідна предикатна позиція), розроблено комплексну позицію виду  $n + im$  (вхідна предикатна позиція) і реалізовано механізм роботи комплексних позицій видів  $n - im$  і  $n + im$ .

Проведені розширення мереж Петрі на підставі побудованих підмереж з передумовною комплексною позицією виду  $n - im$  і післяумовною комплексною позицією виду  $n + im$  описано математичною термінологією, відображено за допомогою графічних інтерпретацій і проілюстровано їх застосування на прикладах.

**Ключові слова:** модель, розширена мережа Петрі, вихідна предикатна позиція, вхідна предикатна позиція, комплексна позиція виду  $n - im$ , комплексна позиція виду  $n + im$ .

### Постановка проблеми

При інтенсивному розвитку комп'ютерних технологій, а саме впровадження потужних комп'ютерних систем, розробляються сучасні операційні системи (ОС) Windows. Для прикладу такою є операційна система Windows 10, що постійно удосконалюється. У такому випадку потрібне оновлення інформаційного програмного забезпечення (ПЗ) для відповідного рівня ОС Windows. Прикладне ПЗ має розроблятися на впроваджених нових математичних методах моделювання. Для вирішення цих проблем пропонується сучасний метод моделювання об'єктів – математичний апарат мереж Петрі (МП), що весь час розширюється введенням і розробленням нових структурованих елементів.

Так, для моделювання технологічних процесів різних інформаційних і транспортних систем, у тому числі і систем залізничного транспорту, були розроблені нововведення мереж Петрі [1-4]. У статті [1] були введені нові популяції: • виду дуги - інгібіторна дуга  $n$ -го порядку; • виду позицій: позиція  $n$ -го рівня, позиція з фіксованим часом затримання фішок, позиція  $n$ -го рівня з фіксованим часом затримання фішок; проста предикатна позиція; предикатна позиція  $n$ -го рівня. У статті [2] розроблено предикатний перехід і наведено приклади моделей його застосування. У статті [3] елементи розширеної мережі Петрі: інгібіторна дуга  $n$ -го порядку; позиція  $n$ -го рівня, позиція з фіксованим часом затримання фішок, позиція  $n$ -го рівня з фіксованим часом затримання фішок, проста предикатна позиція, предикатна позиція  $n$ -го рівня і предикатний перехід,

описані математичною мовою і відображені за допомогою графічних інтерпретацій, і на наведених прикладах обґрунтовано цінність використання елементів розширеної мережі Петрі для побудови моделей, що описують складні технологічні процеси різних інформаційних і транспортних систем, а в статті [5] введено предикатну узагальнену позицію і предикатну узагальнену позицію  $n$ -го рівня та на конкретному прикладі відображено залежність компонентів функції маркування для розширеної підмережі з вихідною предикатною узагальненою позицією  $k$ -го рівня і вхідними елементарними позиціями.

За визначенням [1, 2, 3, 5], предикатна позиція (предикатна позиція  $n$ -го рівня) є завжди вихідною, і для неї позиціями можуть бути тільки проста позиція, позиція з фіксованим часом затримання фішок, позиція  $n$ -го рівня і позиція  $n$ -го рівня з фіксованим часом затримання фішок.

У статті [6] описано математичною мовою мереж Петрі передумовний і післяумовний оператори циклу. На підставі наведених обґрунтувань виникла потреба в розробленні нової популяції виду позиції - вхідної предикатної позиції.

### Постановка задачі

У статті поставлено мету *удосконалити* вихідну предикатну позицію (комплексна позиція виду  $n - im$ ) і *розробити* вхідну предикатну позицію (комплексна позиція виду  $n + im$ ), реалізувати механізм роботи комплексних позицій видів  $n - im$  і  $n + im$ , а також описати динаміку функціонування комплексних позицій  $n - im$  і  $n + im$ ; на прикладах обґрунтувати мету застосування введених комплексних позицій видів  $n - im$  і  $n + im$ .

**Вирішення проблеми**

Множина невід’ємних цілих чисел  $Z^{\geq}$  – це об’єднання множини натуральних чисел  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  і числа 0, іншими словами  $Z^{\geq} = N \cup 0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

*Визначення 1.* Цілочисельне комплексне число – це комплексне число  $z = n + im$ , де  $n \in Z^{\geq}$  і  $m \in Z^{\geq}$ .

**Передумова**

*Визначення 2.* Передумовна комплексна позиція – це позиція, що задається комплексним цілочисельним числом  $n - im$ , де перше число  $n \in Z^{\geq}$  вказує на номер спрацювання переходу, а друге число  $m \in Z^{\geq}$  вказує на кількість фішок, яка вилучається після спрацювання вказаного переходу.

Нехай у підмережі  $S'_{Pr}$  (рис. 1) передумовна комплексна позиція  $P_0$  має початкове маркування  $m(P_0) = n - im$ , а позиції  $P'_i$  для  $1 \leq i \leq k$  мають початкове маркування  $m(P'_i)$  для  $1 \leq i \leq k$ . Якщо існує такий перехід  $t'_i \in T$ , де  $1 \leq i \leq k$  для якого виконуються умови  $i = n$  і  $m \geq 1$ , то перехід  $t'_i$  має запуснитися. У результаті запуску переходу  $t'_i$  маркування підмережі змінюється на нове маркування  $M'$ . Тоді нове маркування позиції  $P_0$  буде визначатися формулою  $m'(P_0) = m(P_0) - m$ , нові маркування позицій  $P'_{k1}$  для  $1 \leq k1 \leq n - 1$  будуть визначатися формулами  $m'(P'_{k1}) = m(P'_{k1})$ ,  $1 \leq k1 \leq n - 1$ , нове маркування позиції  $P'_{i=n}$  буде визначатися формулою  $m'(P'_{i=n}) = m(P'_{i=n}) + m$  і нові маркування позицій  $P'_{k2}$  для  $n + 1 \leq k2 \leq k$  будуть визначатися формулами  $m'(P'_{k2}) = m(P'_{k2})$  для  $n + 1 \leq k2 \leq k$ .

Іншими словами, перехід  $t'_i$  запусниться, якщо:

$$\begin{aligned}
 & (\exists t'_i \in T, 1 \leq i \leq k) \wedge (i = n) \wedge (m \geq 1) \wedge (Pr = 1) \\
 & \Rightarrow (m'(P_0) = m(P_0) - m) \wedge (m'(P'_{k1}) = m(P'_{k1}), 1 \leq k1 \leq n - 1) \wedge (m'(P'_{i=n}) = m(P'_{i=n}) + m) \\
 & \wedge (m'(P'_{k2}) = m(P'_{k2}), n + 1 \leq k2 \leq k)
 \end{aligned}$$

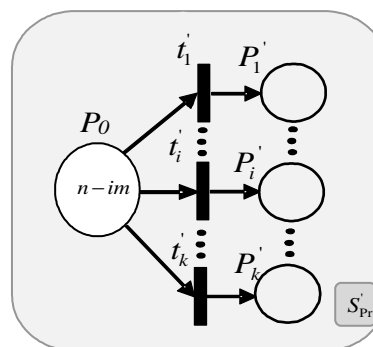


Рис. 1. Підмережа  $S'_{Pr}$  з передумовною комплексною позицією

У моделі  $S'$  [1,4,7,8,9], розробленій на базі підмережі  $S'_{Pr}$  (рис. 2) позиція  $P_{01}$  моделює продукцію виду  $v_1$ , яку випускає виробник 1, позиція  $P_{02}$  моделює продукцію виду  $v_2$ , яку випускає виробник 2, ..., позиція  $P_{0l}$  моделює продукцію виду  $v_l$ , яку випускає виробник  $l$ .

Вихідна передумовна комплексна позиція  $P'_1$  задається комплексним цілочисельним числом  $n_1 - im_1$ , де  $n_1$  вказує на номер спрацювання переходу  $t_1 = t_{n_1}$ , де  $1 \leq i \leq k$  і  $1 \leq n_1 \leq k$  (замовник  $i$  ( $i = n_1$ ) повинен отримати продукцію виду  $v_i$ ), вхідна передумовна комплексна позиція  $P'_2$  задається комплексним цілочисельним числом  $n_2 - im_2$ , де  $n_2$  вказує на номер спрацювання переходу  $t_1 = t_{n_2}$ , де  $1 \leq i \leq k$  і  $1 \leq n_2 \leq k$  (замовник  $i$  ( $i = n_2$ ) повинен отримати продукцію виду  $v_i$ ), ..., вихідна передумовна комплексна позиція  $P'_l$  задається комплексним цілочисельним числом  $n_l - im_l$ , де  $n_l$  вказує на номер спрацювання переходу  $t_1 = t_{n_l}$ , де  $1 \leq i \leq k$  і  $1 \leq n_l \leq k$  (замовник  $i$  ( $i = n_l$ ) повинен отримати продукцію виду  $v_i$ ).

Позиція  $P'_{11}$  моделює замовника 1, якому потрібна продукція виду  $v_{n_1}$ , позиція  $P'_{12}$  – замовника 2, якому потрібна продукція виду  $v_{n_2}$ , ..., позиція  $P'_{1k}$  – замовника  $k$ , якому потрібна продукція виду  $v_{n_k}$ .

Переходи  $t_{0i} \in T$ , де  $1 \leq i \leq l$  імітують надходження продукції виду  $v_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ , у позиції  $P_i$ , де  $1 \leq i \leq l$  для задавання числа  $n_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ , яке вказує на замовника  $j$ , де  $1 \leq j \leq k$  продукції виду

$v_j$ , де  $1 \leq i \leq l$ , і числа  $m_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ , яке вказує на кількість умовних одиниць замовленої продукції.

Переходи  $t_i \in T$ , де  $1 \leq i \leq k$ , імітують надходження продукції виду  $l_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ , у позиції  $P_{1j}$ , де  $1 \leq j \leq k$  (замовникам  $j$ , де  $1 \leq j \leq k$ ).

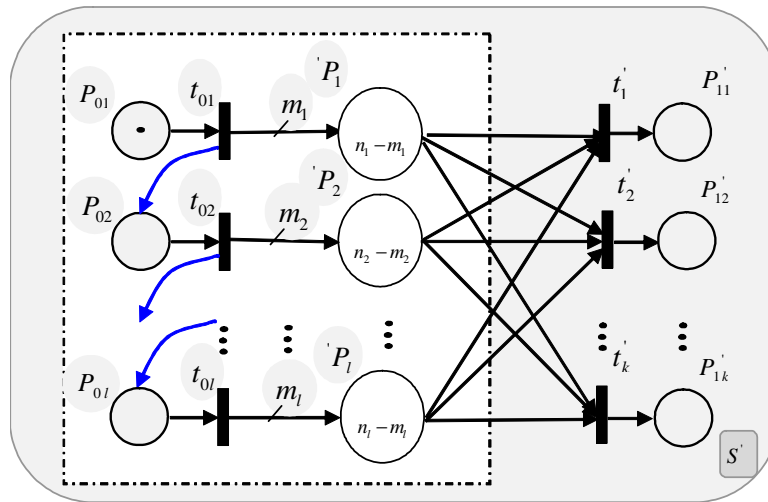


Рис. 2. Модель на базі підмережі  $S'_{Pr}$

Модель  $S'$ , описана за допомогою розширеної мережі Петрі, задається матрицями

$$P^T = \begin{pmatrix} 01 & 1 & 1 & \dots & 1 & 02 & 2 & 2 & \dots & 2 & \dots & l & l & \dots & l \\ 01 & 1 & 2 & \dots & k & 02 & 1 & 2 & \dots & k & \dots & 1 & 2 & \dots & k \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

$$T^T = \begin{pmatrix} 01 & 1 & 02 & .2 & \dots & 0l & k \\ 1 & 11 & 2 & 12 & \dots & l & 1k \\ m_1 & 1 & m_2 & 1 & \dots & m_l & 1 \end{pmatrix}$$

і початковими маркуваннями:  $m(P_{01}) = 1$ ,  $m(P_{02}) = 0$ , ...,  $m(P_{0l}) = 0$ ,  $m(P_i) = n_i - im_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ ,  $m(P_{1j}) = 0$ , де  $1 \leq j \leq k$ .

Застосування розробленої моделі  $S'$  розглянемо на прикладі 1 для конкретних даних.

**Приклад 1.** Склад поїзда на сортувальній гірці поступає в розформування. Поїзд містить три відчепи. Іншими словами,  $m(P_{01}) = 1$ ,  $m(P_{02}) = 0$ ,  $m(P_{03}) = 0$ ,  $m(P_1) = 2 - i32$ ,  $m(P_2) = 1 - i5$ ,  $m(P_3) = 3 - i18$ ,  $m(P_{1j}) = 0$ , де  $1 \leq j \leq 3$ .

Тривалість відчеплень груп вагонів на гірці відповідно задаються часом  $f(P_{01}) = 0$ ,  $f(P_{02}) = 1$ ,  $f(P_{03}) = 1$  і  $f(P_{04}) = 1$ . Динаміка технологічних процесів роботи моделі  $S'$  відображена в табл. 1. Загалом переходи  $T_i \in T$  імітують переходи  $t_{0i}$  і  $t_i$ , де  $1 \leq i \leq 3$ .

Таблиця 1

Динамічна таблиця технологічних процесів роботи моделі  $S'$

Номер такту	У.о. ч.	$T_i$	$P_{01}$	$P_{02}$	$P_{03}$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_{21}$	$P_{22}$	$P_{23}$	Зауваження
1	0	$t_{01}$	0	1	0	2/32	1/5	3/18	0	0	0	Дозвіл на 1-ше відчеплення
2	0	$t_1$	0	1	0	0	1/5	3/18	32	0	0	Виконано 1-ше відчеплення
3	1	$t_{02}$	0	0	1	0	1/5	3/18	32	0	0	Дозвіл на 2-ге відчеплення
4	1	$t_2$	0	0	1	0	0	3/18	32	5	0	Виконано 2-ге відчеплення
5	2	$t_{03}$	0	0	0	0	0	3/18	32	5	0	Дозвіл на 3-тє відчеплення
6	2	$t_3$	0	0	0	0	0	0	32	5	18	Виконано 3-тє відчеплення

**Післяумова**

Визначення 3. Післяумовна комплексна позиція – це позиція, що задається комплексним цілочисельним числом  $n+im$ , де перше число  $n \in \mathbb{Z}^{\geq}$  вказує на номер спрацювання переходу, а друге число  $m \in \mathbb{Z}^{\geq}$  вказує на кількість фішок, яка додається після спрацювання вказаного переходу.

Нехай у підмережі  $S_{Pr}$  (рис. 3) позиції  $P_i$  для  $1 \leq i \leq k$  мають початкове маркування  $m(P_i)$  для  $1 \leq i \leq k$ , а позиція  $P_0$  має початкове маркування  $m(P_0)$ . Якщо існує такий перехід  $t_i \in T$ , де  $1 \leq i \leq k$ , для якого виконуються умови  $i=n$  і  $m(P_n) \geq m$ , то перехід  $t_i$  має запуснитися. У результаті запуску переходу  $t_i$  в підмережі  $S_{Pr}$  маркування  $M$  змінюється на нове маркування  $M'$ . Тоді нові маркування позицій  $P_{k1}$  для  $1 \leq k1 \leq n-1$  будуть визначатися формулами  $m'(P_{k1}) = m(P_{k1})$ ,  $1 \leq k1 \leq n-1$ , нове маркування позиції  $P_{i=n}$  буде визначатися формулою  $m'(P_{i=n}) = m(P_{i=n}) - m$ , нові маркування позицій  $P_{k2}$  для  $n+1 \leq k2 \leq k$  будуть визначатися формулами  $m'(P_{k2}) = m(P_{k2})$  для  $n+1 \leq k2 \leq k$ , нове маркування позиції  $P_0$  буде визначатися формулою  $m'(P_0) = m(P_0) + m$ .

Іншими словами, перехід  $t_i$  запусниться, якщо  $(\exists t_i \in T, 1 \leq i \leq k) \wedge (i = n) \wedge (m(P_n) \geq m) \Rightarrow (m'(P_{k1}) = m(P_{k1}), 1 \leq k1 \leq n-1) \wedge (m'(P_{i=n}) = m(P_{i=n}) - m) \wedge (m'(P_{k2}) = m(P_{k2}), n+1 \leq k2 \leq k) \wedge (m'(P_0) = m(P_0) + m)$ .

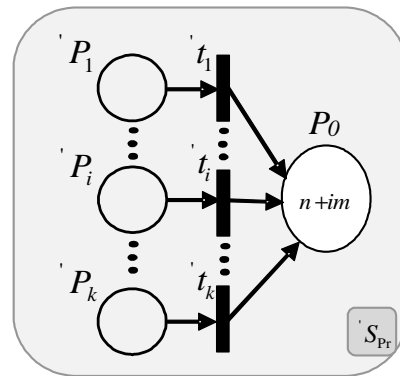


Рис. 3. Підмережа  $S_{Pr}$  з післяумовною комплексною позицією

На рис. 4 наведена модель  $S$  [1,4,8,9,10,11,12], розроблена на базі підмережі  $S_{Pr}$ . Позиція  $P_{11}$  моделює виробника 1, який випускає продукцію виду  $v_{n_1}$ , позиція  $P_{12}$  моделює виробника 2, який випускає продукцію виду  $v_{n_2}$ , ..., позиція  $P_{1k}$  моделює виробника  $k$ , який випускає продукцію виду  $v_{n_k}$ , післяумовні комплексні позиції  $P'_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ , задаються комплексними цілочисельними числами  $n_i + im_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ . Числа  $n_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ , вказують на замовника продукції виду  $v_{n_i}$ , де  $1 \leq i \leq l$ , числа  $m_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ , вказують на кількість необхідних умовних одиниць продукції. Позиції  $P_{2i}$ , де  $1 \leq i \leq l$  моделюють замовників продукції виду  $v_{n_i}$ , де  $1 \leq i \leq l$ . Позиції  $P_{0i}$ , де  $1 \leq i \leq l$  відображують ознаки розподілу продукції замовниками

(якщо  $m(P_{0i}) = 1$ , де  $1 \leq i \leq l$ , то відбувається розподіл продукції за допомогою післяумовних комплексних позицій  $P_i$ , де  $1 \leq i \leq l$ ). Розподіл продукції замовниками відповідно визначається тривалостями часу  $f(P_{01}) = 0$ ,  $f(P_{0i}) = 1$ , де  $2 \leq i \leq l$ . Переходи  $t_{1i} \in T$ , де  $1 \leq i \leq k$ , імітують поставку продукції виду  $v_{n_i}$ , де  $1 \leq i \leq k$ , переходи

$t_{2j}$  імітують доставку продукції виду  $v_{n_j}$ , де  $1 \leq j \leq l$ , і переходи  $t_j$  імітують розподіл продукції виду  $v_{n_j}$ , де  $1 \leq j \leq l$ .

Модель  $S$ , описана за допомогою розширеної мережі Петрі, задається матрицями

$$P^T = \begin{pmatrix} 01 & 11 & 1 & 02 & 12 & 2 & . & . & . & 0l & 1k & 2l \\ 1 & 11 & 21 & 2 & 12 & 22 & . & . & . & l & 1k & 2l \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 11 & 11 & . & . & . & 11 & 21 & 2 & 2 & 12 & 12 & . & . & . & 12 & 22 & . & . & . & l & 1k & 1k & . & . & . & 1k & 2l \\ 1 & 02 & 1 & 2 & . & . & . & l & 21 & 2 & 03 & 1 & 2 & . & . & . & l & 22 & . & . & . & l & 1 & 2 & . & . & . & l & 2l \\ 1 & 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 & 1 & . & . & . & 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

і початковими маркуваннями:  $m(P_{01}) = 1$ ,  $m(P_{02}) = 0$ , ...,  $m(P_{0l}) = 0$ ,  $m(P_{1i}) = 1$ , де  $1 \leq i \leq k$ ,  $m(P_j) = n_j + im_j$ , де  $1 \leq j \leq l$ ,  $m(P_{2j}) = 0$ , де  $1 \leq j \leq l$ .

Застосування моделі  $S$  розглянуто на прикладі 2.

**Приклад 2.** На рис. 5 наведено модель переставлення групи вагонів з приймально-відправної (П-В) колії на сортувально-відправну (С-В) колію. Позиції  $P_{11}$ ,  $P_{12}$  і  $P_{13}$  моделюють приймально-відправні колії вантажних поїздів, а позиції  $P_{2j}$ , де  $1 \leq j \leq 4$ , моделюють сортувально-відправні колії. На приймально-відправних коліях 1, 2 і 3 відповідно знаходяться 36 вагонів, 24 вагони і 21 вагон. Іншими словами,  $m(P_{11}) = 36$ ,  $m(P_{12}) = 24$  і  $m(P_{13}) = 21$ . Ознаки переставлення груп вагонів з приймально-відправних колій на сортувально-відправні задаються відповідно маркуваннями  $m(P_{01}) = 1$ ,  $m(P_{02}) = 0$ ,  $m(P_{03}) = 0$ ,  $m(P_{04}) = 0$ . Післяумовні комплексні позиції задаються так:  $m(P_1) = 13 + i21$ ,  $m(P_2) = 11 + i19$ ,  $m(P_3) = 12 + i14$ ,  $m(P_4) = 11 + i17$ . На сортувально-відправних коліях 1, 2, 3 і 4 відповідно підготовлені 24 вагони, 33 вагони, 21 вагон і 16

вагонів. Іншими словами,  $m(P_{21}) = 24$ ,  $m(P_{22}) = 33$ ,  $m(P_{23}) = 21$  і  $m(P_{24}) = 16$ . Переставлення груп вагонів з приймально-відправних колій на сортувально-відправні відповідно задаються тривалостями  $f(P_{01}) = 0$ ,  $f(P_{02}) = 1$ ,  $f(P_{03}) = 1$  і  $f(P_{04}) = 1$ . Загалом переходи  $T_i \in T$  імітують переходи  $t_{1i}$ , де  $1 \leq i \leq 3$ ,  $t_j$ , де  $1 \leq j \leq 4$ , і  $t_{2j}$ , де  $1 \leq j \leq 4$ .

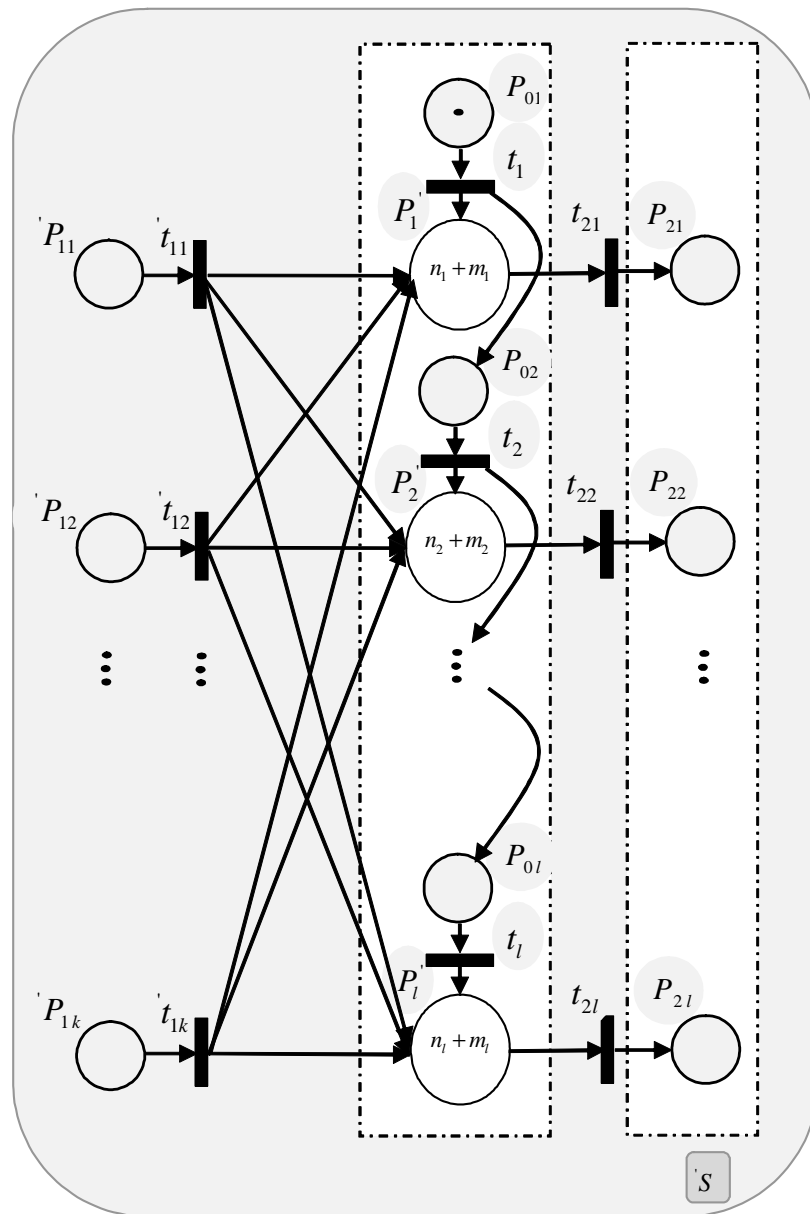


Рис. 4. Модель на базі підмережі  $S_{Pr}$

Динаміку технологічних процесів роботи моделі  $S$  продемонстровано в табл. 2.

Таблиця 2

Динамічна таблиця техно логічних процесів роботи моделі 'S

Номер з/п	$\sum_{i=1}^n$	$T_i$	$P_{01}$	$P_{02}$	$P_{03}$	$P_{04}$	$'P_{11}$	$'P_{12}$	$'P_{13}$	$P'_1$	$P'_2$	$P'_3$	$P'_4$	$P_{21}$	$P_{22}$	$P_{23}$	$P_{24}$
1	0	$t_1$	0	1	0	0	36	24	21	13/21	11/19	12/24	11/17	24	33	21	16
2	0	$t_{13}$	0	1	0	0	36	24	0	13/21	11/19	12/24	11/17	24	33	21	16
3	0	$t_{21}$	0	1	0	0	36	24	0	0	11/19	12/24	11/17	45	33	21	16
4	1	$t_2$	0	0	1	0	36	24	0	0	11/19	12/24	11/17	45	33	21	16
5	1	$t_{11}$	0	0	1	0	17	24	0	0	11/19	12/24	11/17	45	33	21	16
6	1	$t_{22}$	0	0	1	0	17	24	0	0	0	12/24	11/17	45	52	21	16
7	2	$t_3$	0	0	0	1	17	24	0	0	0	12/24	11/17	45	52	21	16
8	2	$t_{12}$	0	0	0	1	17	0	0	0	0	12/24	11/17	45	52	21	16
9	2	$t_{23}$	0	0	0	1	17	0	0	0	0	0	11/17	45	52	45	16
10	3	$t_4$	0	0	0	0	17	0	0	0	0	0	11/17	45	52	45	16
11	3	$t_{11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11/17	45	52	45	16
12	3	$t_{24}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	52	45	33

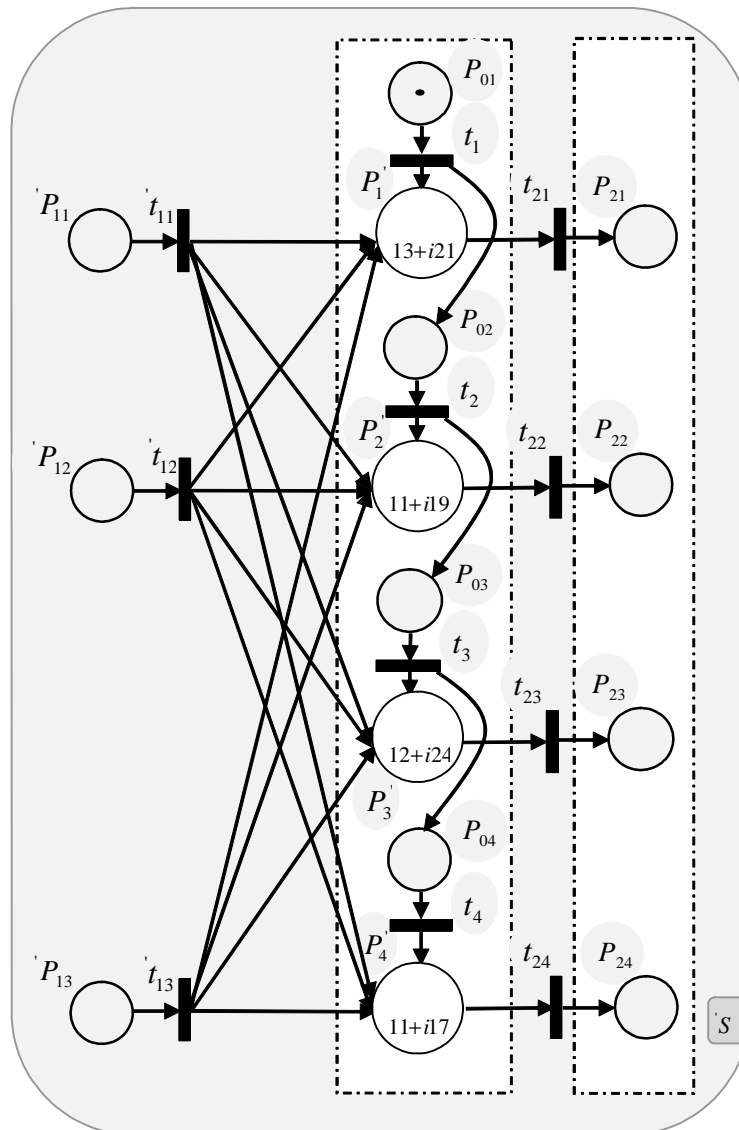


Рис. 5. Модель переставлення групи вагонів з П-В колії на С-В колію

**Висновки**

1. Розширено можливості комплексної позиції виду  $n - im$  (вихідна предикатна позиція).
2. Розроблено комплексну позицію виду  $n + im$  (вхідна предикатна позиція).
3. Реалізовано механізм роботи комплексних позицій видів  $n - im$  і  $n + im$ .
4. Описано динаміку функціонування комплексних позицій  $n - im$  і  $n + im$ .
5. На прикладах обгрунтовано мету застосування введених комплексних позицій виду  $n - im$  і  $n + im$ .

**Список використаних джерел**

1. Селецький В. С., Федак Я. А. Про пристрої обслуговування заявок. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2001. № 5. С. 31 – 34.
2. Селецький В. С. Застосування математичного апарату мереж Петрі на залізничному транспорті. *Залізничний транспорт України*. 2009. № 2. С. 3 – 6.
3. Селецький В. С. Розширення мереж Петрі. Частина I. Означення, моделі та їх математичний опис. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2011. № 5. С. 77 – 80.
4. Селецький В. С. Розширення мереж Петрі. Частина II. Обгрунтування, властивості і аналіз.



- Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2011. № 6. С. 31 – 36.
5. Селецький В. С. Розширення мереж Петрі. Частина V. Можливості позицій мереж Петрі. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2014. № 5. С. 75 – 80.
  6. Селецький В. С. Мережі Петрі і мова програмування Delphi. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2014. № 2. С. 15 – 20.
  7. Reisig, W. Petri nets - an introduction : EATCS Monographs on Theoretical Computer Science 4. Springer Verlag, 1985.
  8. Corsi F. and Castagnolo B. Probabilistic delay evaluation in combinational digital circuits by Petri nets. *Microelectronics and Reliab.* 1983. Vol. 23, No. 3. P. 541-553.
  9. Florin G., Franze C. and Natkin S.. Stochastic Petri nets: properties, applications and tools. *Microelectronics and Reliab.* 1991. Vol. 31, No. 4. P. 669-697.
  10. Po-Zung Chen, Steven C. Bruell and Giarfranco Balbo. Formulating and solving optimization problems using stochastic timed Petri nets. *Microelectronics and Reliab.* 1991. Vol. 31, No. 4. P. 769-792.
  11. Zuberek W. M. M-timed Petri nets, preemptions, and performance evaluation of systems. *Advances in Petri Nets 1985 :Lecture Notes in Computer Science 222*, G. Rosenberg(ed.). Springer Verlag, 1986. P. 478-498.
  12. Zuberek W. M. Timed Petri nets definitions, properties, and applications. *Microelectronics and Reliab.* 1991. Vol. 31, No. 4. P. 627-642.

#### Селецький В. С. Сети Петри и комплексные числа.

**Аннотация.** В статье проведено расширение возможностей комплексной позиции вида  $n - im$  (выходная предикатная позиция), разработана комплексная позиция вида  $n + im$  (входная предикатная позиция) и реализован механизм работы комплексных позиций видов  $n - im$  и  $n + im$ .

Проведенные расширения сетей Петри на основании построенных подсетей с предусловной комплексной позицией вида  $n - im$  и постусловной комплексной позицией вида  $n + im$  описано с помощью математической терминологии, отображено с помощью графических интерпретаций и проиллюстрировано их применение на примерах.

**Ключевые слова:** модель, расширенная сеть Петри, выходная предикатная позиция, входная предикатная позиция, комплексная позиция вида  $n - im$ , комплексная позиция вида  $n + im$ .

#### Seletsky V.S. Petri nets and complex numbers.

**Abstract.** In this article, the original predicate position (use of complex species positions  $n - im$ ) has been improved by the goal. A prerequisite subnet was constructed based on the initial complex position of the species  $n - im$ . The prerequisite subnet is described in mathematical language and is represented by graphical interpretation.

The dynamics reproduces the technological processes of the model, which was developed on the basis of a prerequisite subnet (using complex views of the species  $n - im$ ). The above model, which uses a prerequisite subnet, is illustrated and analyzed with an example with specific data.

The need to develop a new population of the position type - the input predicate position - was realized. On the basis of the input complex position of the species  $n + im$ , a post-conditional subnet is developed. The newly introduced post-conditional subnet is described in mathematical terminology and is represented by a graphical interpretation.

The work of the model, which is developed on the basis of a sub-conditional subnet (using complex views of the species  $n + im$ ) is described by means of a dynamic table of technological processes of the model. The model is illustrated and analyzed using a specific data example.

Introduced models that use a prerequisite subnet (built on the basis of the original complex view of the species  $n - im$ ) and a post-conditional subnet (built on the basis of the original complex position of the species  $n + im$ ) allow to build models from complex objects.

**Key words:** model, extended Petri net, output predicate position, input predicate position, complex view position, complex view position.

Надійшла 02.06.2020 р.

*Селецький Василь Стасьович*, кандидат технічних наук, провідний інженер виробничого підрозділу «Львівське відділення» філії «Головного інформаційно обчислювального центру» акціонерного товариства «Укрзалізниця». E-mail: [Selezkyj@ukr.net](mailto:Selezkyj@ukr.net) ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6981-9450>

*Selezkyj Vasyl Stasovich*, Candidate of Technical Sciences, Provincial Engineer of the Virobnichnoe pidrozdilu "Lvivske viddilennya" filis of the "Head Information and Obligatory Center" of the Ukrzaliznitsa Joint-Stock Partnership. E-mail: [Selezkyj@ukr.net](mailto:Selezkyj@ukr.net) ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6981-9450>