

УДК 629.4

КИРИЧЕНКО О. М., канд. техн. Наук (Український державний університет залізничного транспорту)

РАКІВНЕНКО В. П., канд. техн. Наук (Український державний університет залізничного транспорту)

КОЛІСНИК А. В., канд. техн. наук (Український державний університет залізничного транспорту)

Графоаналітичний підхід до визначення працездатності ходової частини важких транспортних агрегатів через систему колесо-рейка

У статті досліджено напружений стан контакту в системі колесо-рейка за методом кінцевих елементів при використанні пружної напівплощини з урахуванням нормальних дотичних зусиль і їхньої сумісної дії. За допомогою комп'ютерної програми MAPLE-18 побудовано тримірні епюри поля напруження зони контакту для чисельних варіантів навантажень.

Ключові слова: метод кінцевих елементів, програма MAPLE-18, система колесо-рейка, залізничний транспорт, поле контактних напружень, епюри напружень.

Вступ

З появою залізничного транспорту на початку XIX століття виникла проблема забезпечення високого рівня безпеки експлуатації потягів, у першу чергу пасажирських – вони були першими на залізниці. Небувала до того часу швидкість цього виду транспорту викликала у фахівців тривогу щодо критичних елементів потяга. Одним із таких елементів виявилася ходова частина, яка в купі зі станом дорожнього полотна і рейок визначає безпеку руху потягів.

Розглядаючи ходову частину, наприклад, сучасної бронетехніки, в умовах війни можна зробити висновки, що вона є найбільш слабкою ланкою, що значно впливає на хід бойових дій за її участю. Стан ходової частини нерідко є запорукою боєздатності бойової машини.

Тому несуча здатність ходової частини стала метою наукових досліджень напружено-деформованого стану в зоні контакту коліс з рейкою для потяга; для гусеничних машин «поняття колесо-рейка» ототожнюється з системою «коток-трак», де трак – це ланка гусеничної стрічки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботах Сен-Венана і Герца [1] та інших науковців контактна задача розглядалася як плоска одновісна з розв'язком в напівемпіричній формі.

Згодом з урахуванням вимог безпеки експлуатації залізничного транспорту велику увагу вчені багатьох країн стали приділяти дослідженню силового контакту колеса з рейкою.

Слід відзначити вагомий внесок вітчизняних вчених у розв'язанні контактних задач [2, 3], які заклали основи вирішення проблем, що розглядаються.

У роботах [4, 5, 6] досліджуються питання, пов'язані з впливом на несучу здатність ходової частини потягів, пластичних деформацій і можливої появи тріщин.

Важливою є робота [7], у якій поле напружень визначається не тільки в зоні контакту, а також углибині матеріалу контактуючих елементів, тобто пружній напівплощині.

Заслужують на увагу роботи [8, 9], де досліджуються поля напружень пари колесо-рейка на різних етапах експлуатації потяга (простій, початок і кінець руху, сталий рух). До них можна віднести роботи [10, 11], де подані результати замірів поля напружень системи колесо-рейка на вказаних етапах експлуатації натурних зразків рухомого складу залізниці.

У більшості з наведених робіт контактні задачі розглядаються в лінійній постановці – розв'язання громіздкі і займають багато часу, що не припустимо в епоху сучасних ЕОМ.

Визначення мети та завдання дослідження

Метою роботи є отримання більш достовірної картини напруженого стану зони контакту системи аналізом несучої здатності системи для різних випадків навантаження.

Основна частина досліджень

У роботах різних авторів доведено, що в колесі і рейці, виконаних з одного матеріалу, максимальні контактні напруження за величиною виявляються однаковими і носять яскраво виражений локальний характер.

колесо-рейка шляхом побудови математичної моделі задачі з графічним відображенням її у вигляді епюр напружень і подальшим

Ця обставина дає можливість записати аналітичні залежності для контактних напружень, використовуючи модель пружних напівплощин, при дії різних поверхневих навантажень. Такий підхід суттєво спрощує визначення і аналіз поля напружень у контактній зоні. При цьому використовується як декартова, так і полярна системи координат (рис. 1).

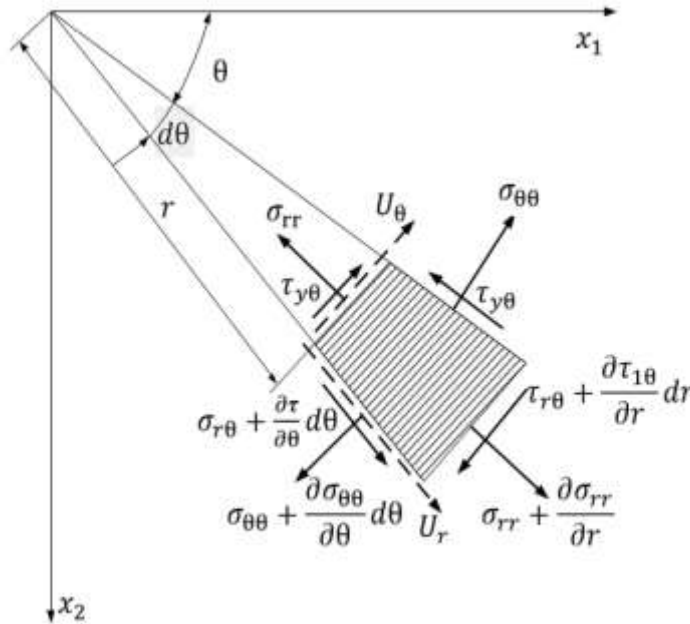


Рис. 1. Основні позначення напружень і переміщень

Для дослідження напружено-деформованого стану системи колесо-рейка використовуються рівняння тримірної теорії пружності з трьома компонентами напружень:

$\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ – для рейки, $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r\theta}$ – для колеса.

Відповідно математична модель задачі будується так: використовуючи функцію напружень Ейрі

$\Phi(x_1, x_2)$ для

виразів $\sigma_{11} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2}, \sigma_{22} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2}, \sigma_{12} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1 \partial x_2}$ у

декартовій системі координат отримуємо базове рівняння сумісності деформації (бігармонічне рівняння)

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x_2^4} = 0; \quad (1)$$

- за вищенаведеним алгоритмом, але в полярній системі координат, через функцію Ейрі відображаємо контактні напруження

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}, \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \quad \text{і}$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta}, \quad \text{тоді рівняння}$$

сумісності деформацій, як основне, матиме вигляд

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (2)$$

Надалі розглядаються окремі випадки навантаження. Розглянемо дію зосередженої сили, що є нормальною до межі напівплощини. Для визначення напружень у напівплощині (колесі) від дії зосередженої сили P на першому

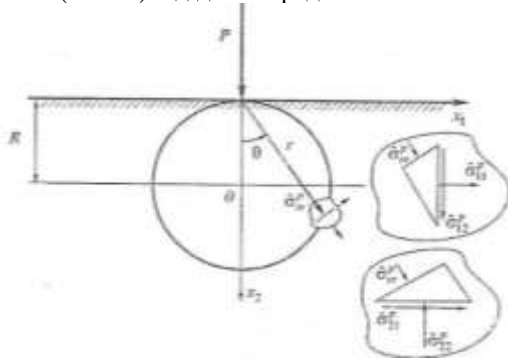


Рис. 2. Схеми визначення напружень

$$\sigma_{11}^p, \sigma_{22}^p, \sigma_{12}^p = -\sigma_{21}^p$$

Для розв'язання задачі через потенціальну функцію $\Phi^p(r, \theta) = \frac{P}{\pi} \cdot r \cdot \theta \cdot \sin \theta$ запишемо

вираз σ_{rr}^p

$$\sigma_{rr}^p = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi^p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi^p}{\partial \theta^2} = -\frac{2P \cos \theta}{\pi r} \quad (3)$$

Використовуючи умови рівноваги елементарних тетраедрів (рис. 2) знаходимо

$$\sigma_{11}^p = \sigma_{rr}^p \cdot \sin^2 \theta, \quad \sigma_{22}^p = \sigma_{rr}^p \cdot \cos^2 \theta, \\ \sigma_{12}^p = \sigma_{rr}^p \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta. \text{ Ураховуючи вираз (3) і}$$

те, що $\sin \theta = \frac{x_1}{r}$, $\cos \theta = \frac{x_2}{r}$, $r^2 = x_1^2 + x_2^2$,

переходимо до виразів компонентів напружень у декартовій системі координат:

етапі скористаємося полярною системою координат (рис. 2).

$$\sigma_{11}^p = \frac{2p}{\pi} \cdot \frac{x_1^2 \cdot x_2^2}{r^4}, \quad \sigma_{22}^p = \frac{2p}{\pi} \cdot \frac{x_2^3}{r^4}, \\ \sigma_{12}^p = \frac{2p}{\pi} \cdot \frac{x_1 \cdot x_2^2}{r^4} \quad (4)$$

Надалі зовнішнє зосередження навантаження P змінимо на розподілене q у вигляді [12]

$$q(x_1) = q_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{a} \right)^2}, \quad (5)$$

де

$$q_0 = \sqrt{\frac{PE}{2\pi(1-\mu^2)R \cdot b}}; \\ a = \sqrt{\frac{8(1-\mu^2)P \cdot R}{\pi \cdot E \cdot b}} \quad (6)$$

Залежності (6) записані для колеса з такими параметрами:

$$R = 0,5 \text{ м}; b = 0,1 \text{ м}; \mu = 0,3; E = 2 \cdot 10^{11} \text{ н/м}^2,$$

де a і b - довжина і ширина зони контакту (рис. 3).

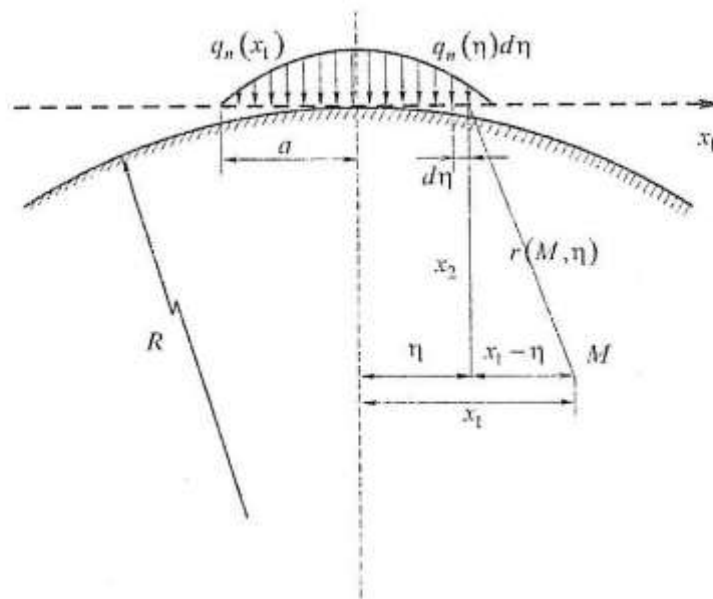


Рис. 3. Основні позначення для зони дії контактної навантаження $q(x_1)$

Для проведення розрахунків і побудови діаграм зручним є перехід від розмірного розподіленого контактної навантаження (5) до безрозмірного. Для цього обидві частини виразу (5) слід поділити на середнє значення зовнішнього навантаження

$q_{cp} = \frac{P}{2ab}$. Тоді для прийнятих параметрів колеса вираз (5) набуває вигляду

$$\tilde{q}^p(x_1) = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{a}\right)^2}. \quad (7)$$

Маючи формулу (7), рис. 3 і компоненти напружень від зосередженої сили (4) і використовуючи принципи суперпозиції, отримаємо вирази безрозмірних контактних напружень від дії безрозмірного навантаження $\tilde{q}^p(x_1)$ для довільної точки M пружної напівплощини:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{11}^p(x_1, x_2) &= -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{a}\right)^2} \cdot (x_1 - \eta)^2 \cdot x_2 \cdot d\eta}{\left[(x_1 - \eta)^2 + x_2^2\right]^2}; \\ \tilde{\sigma}_{22}^p(x_1, x_2) &= -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{a}\right)^2} - x^3 \cdot d\eta}{\left[(x_1 - \eta)^2 + x_2^2\right]^2}; \\ \tilde{\sigma}_{12}^p(x_1, x_2) &= -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{a}\right)^2} - (x_1 - \eta)^2 \cdot x_2 \cdot d\eta}{\left[(x_1 - \eta)^2 + x_2^2\right]^2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Формули (8) обчислюються за допомогою прикладної математичної програми MAPLE-18. Результати обчислення зображуються у вигляді тримірних епюр відносних напружень $\tilde{\sigma}_{1,1}^p, \tilde{\sigma}_{1,2}^p, \tilde{\sigma}_{2,2}^p$ для колеса в зоні дії відносного навантаження $\tilde{q}^p(x_1)$ (рис. 4).

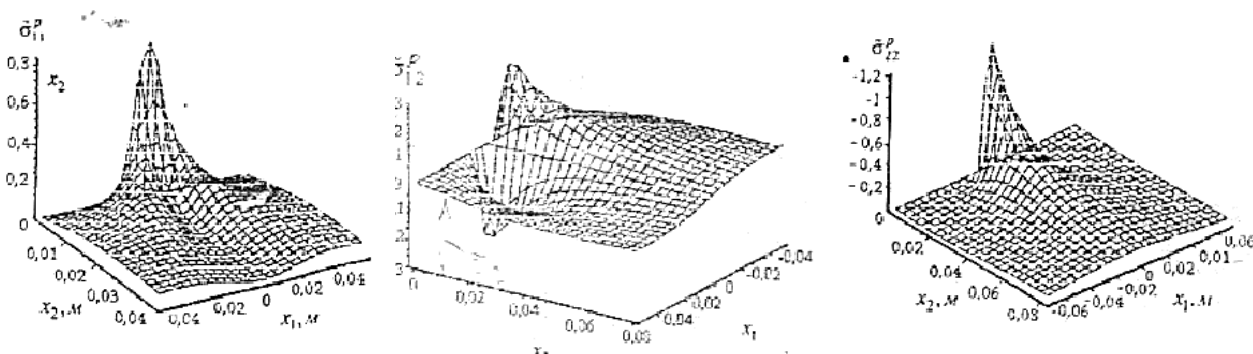


Рис. 4. Тримірні епюри відносних напружень

$\tilde{\sigma}_{1,1}^p, \tilde{\sigma}_{1,2}^p, \tilde{\sigma}_{2,2}^p$ від дії зовнішнього контактного навантаження $\tilde{q}^p(x_1)$

- серед трьох контактних напружень найбільш вагомим виявилось нормальне напруження $\tilde{\sigma}_{1,1}^p$, максимальна величина якого перевищує напруження $\tilde{\sigma}_{2,2}^p, \tilde{\sigma}_{1,2}^p$ на 20-30 %.

Аналіз отриманих епюр контактних напружень дає можливість зробити такі висновки:

Розглянемо дію зосередженої сили T , яка дотична до межі напівплощини. Зовнішнє дотичне

- розподіл контактних напружень носить яскраво виражену асиметрию. Максимальні напруження в зоні контакту є результатом дії сил тертя при взаємодії колеса з рейкою і, за законом

Кулона, зображується через нормальну силу P і вищенаведеним алгоритмом отримаємо вирази коефіцієнт тертя f , тобто $T = f \cdot P$. компонентів напруження

Використовуючи потенціальну функцію

$$\tilde{\Phi}_{(\tau, \theta)}^{\tau} = \frac{T}{\pi} \cdot r \cdot \theta \cdot \cos \theta, \quad \text{надалі за}$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{11}^T(x_1, x_2) &= -f \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{a}\right)^2} \cdot (x_1 - \eta)^3 \cdot d\eta}{\left[(x_1 - \eta)^2 + x_2^2\right]^2}; \\ \tilde{\sigma}_{22}^T(x_1, x_2) &= -f \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{a}\right)^2} \cdot (x_1 - \eta) \cdot x_2^2 \cdot d\eta}{\left[(x_1 - \eta)^2 + x_2^2\right]^2}; \\ \tilde{\sigma}_{12}^p(x_1, x_2) &= -f \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{a}\right)^2} \cdot (x_1 - \eta)^2 \cdot x_2 \cdot d\eta}{\left[(x_1 - \eta)^2 + x_2^2\right]^2}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

За допомогою програми MAPLE-18 були обчислені формули (9) і побудовані тримірні епюри відносних напружень $\tilde{\sigma}_{1,1}^T, \tilde{\sigma}_{1,2}^T, \tilde{\sigma}_{2,2}^T$ (рис. 5).

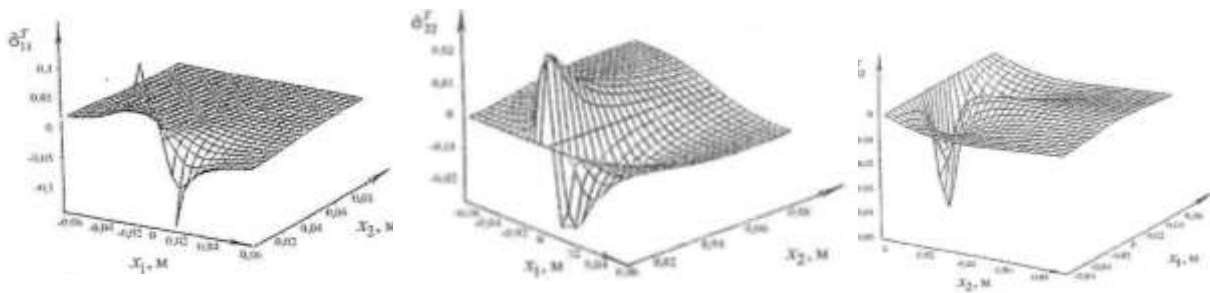


Рис. 5. Тримірні епюри відносних напружень $\tilde{\sigma}_{1,1}^T, \tilde{\sigma}_{1,2}^T, \tilde{\sigma}_{2,2}^T$ із зовнішнього контактного навантаження

$$\tilde{q}^T(x_1)$$

Графіки напружень від дії зовнішнього дотичного навантаження мають незвичайні форми. Також слід відзначити, що максимальні значення

$\tilde{\sigma}_{1,1}^T$ майже втричі перевищують максимальні значення напружень $\tilde{\sigma}_{2,2}^T, \tilde{\sigma}_{1,2}^T$.

Розглянемо сумісну дію нормальних і дотичних навантажень. Реально напружено-деформований стан зони контакту колеса з рейкою визначає сумісна дія нормального і дотичного навантаження.

Відповідні напруження визначаються за формулою

$$\sigma_{ij}^{\Sigma} = \tilde{\sigma}_{ij}^P + \tilde{\sigma}_{ij}^T, \quad (i, j = 1, 2). \quad (11)$$

$$\tilde{q}^{\Sigma}(x_1) = \tilde{q}^P(x_1) + \tilde{q}^T(x). \quad (10)$$

У розгорнутому вигляді можна записати

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{11}^{\Sigma} &= -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^a F(x_1, x_2, \eta) \cdot \left[(x_1 - \eta)^2 \cdot x_2 + f(x_1 - \eta)^3 \right] d\eta; \\ \tilde{\sigma}_{22}^{\Sigma} &= -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^a F(x_1, x_2, \eta) \cdot \left[x_2^3 + f(x_1 - \eta) \cdot x_2^2 \right] d\eta; \\ \tilde{\sigma}_{12}^{\Sigma} &= -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^a F(x_1, x_2, \eta) \cdot \left[(x_1 - \eta)^2 \cdot x_2^2 + f(x_1 - \eta)^3 \cdot x_2 \right] d\eta, d\epsilon \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$F = \frac{\sqrt[1.273]{1 - \left(\frac{\eta}{a}\right)^2}}{\left[x_1 - \eta \right]^2 + x_2^2}.$$

Обчислення формул (12) і побудову епюр сумарних напружень (рис. 6) проведено за допомогою програми MAPLE-18.

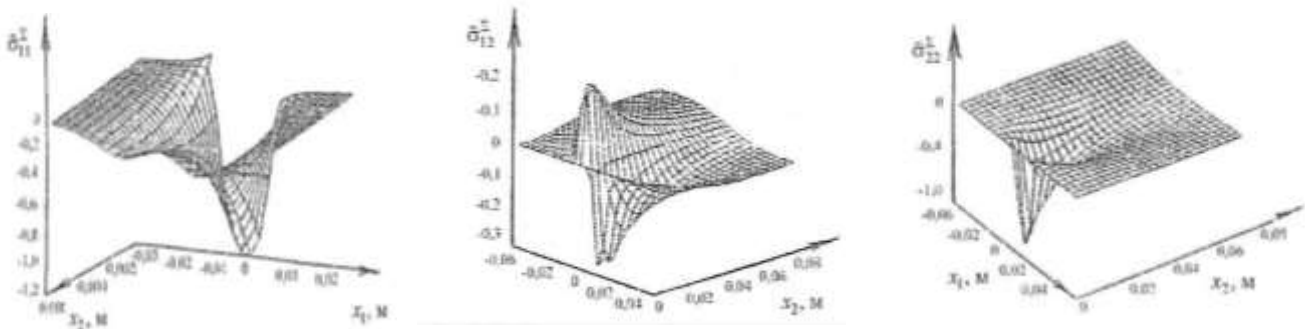


Рис. 6. Тримірні епюри контактних напружень від сумісної дії нормальних і дотичних навантажень

Аналіз епюр дає можливість:

- визначити координати зон появи пластичних деформацій або тріщин елемента системи;
- акцентувати увагу на тому, що найбільш небезпечним є нормальне навантаження, напруження від якого перевищують інші втричі.

Методом кінцевих елементів була побудована

- математична модель контактної задачі системи колеса-рейка, обчислення якої подано як епюри поля напружень, побудовані за допомогою комп'ютерної програми MAPLE-18. Аналіз епюр дає можливість визначити координати зон появи пластичних деформацій або тріщин елемента системи; акцентувати увагу на тому, що

Висновки.

найбільш небезпечним є нормальне навантаження, напруження від якого перевищують інші втричі.

Перспективою розвитку дослідження є розв'язання комплексної задачі працездатності системи колесо-рейка – пружна основа рейкового шляху.

Список використаних джерел

1. Ковальський Б. С. Допускаемые нагрузки крановых грузовых колес. К 100-летию контактной задачи Герца. Київ: Техніка, 1983. Вип. 19. С. 9-13.
2. Тимошенко С. П. Метод исследования статистических и динамических напряжений в рельсе. Київ: Наукова думка, 1975. 280 с.
3. Кан С. Н., Ингульцов В. Н., Кириченко А. Н. Устойчивость цилиндрических оболочек с подкрепляющим слоем. *Прикладная механика*. Киев, 1972. Т. 5, № 8. С. 50-56.
4. Salo V. A., Rakivnenko V. P., Kirichenko O. M. Calculation of stress concentrations orthotropic cylindrical shells with holes on the basis of a variational method. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. V.O.S., № 7(99). P. 11-17.
5. Сладовский А. В. Контактное взаимодействие колес и рельсов: монография. Луганск: «Русь», 2005. 189 с.
6. Кириченко О. М., Раківненко В. П. Опір матеріалів: навч. посіб. Харків: НАНГУ, 2016. 412 с.
7. Кириченко О. М., Гребенік Л. А. Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка: навч. посіб. Харків: НАНГУ, 2016. 234 с.
8. Попов Г. Я. Контактная задача для линейно-деформированного основания. Киев: Вища школа, 1982. 776 с.
9. Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко и др. Киев: Вища школа, 1986. 776 с.
10. Соколовский С. А. Приближенные решения линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, применяемых к задачам строительной механики. *Зб. наукових праць академії ВВ МВС України*. 2014. Вип. 1. С. 86-98.
11. Раківненко В. П., Кириченко О. М. Дослідження несучої здатності металевих конструкцій при наявності в них тріщин. *Зб. наукових праць НАНГУ*. Харків, 2022. С. 104.
12. Тимошенко С. П. Курс теорії упругості. Київ: Наукова думка, 1972. 501 с.

A GRAPH-ANALYTICAL APPROACH TO IDENTIFYING THE PERFORMANCE OF THE CHASSIS OF HEAVY VEHICLES THROUGH THE HEEL-RAIL SYSTEM

PhD (Tech.) O. Kirichenko, PhD (Tech.) V. Rakivnenko, PhD (Tech.) A. Kolisnyk

Abstract. Since the invention of railway and tracked transport, the problem of determining the conditions of reliability and efficiency of the wheel-rail system has arisen, which was later transformed into a three-dimensional contact problem, the closed analytical solution of which is still missing, but exists only in a semi-imperial form.

The strength of the undercarriage is actually determined by the stress field in the contact zone of the wheel-rail system. For tracked machines, the concept of «wheel-rail» is equated with the «roller-track» system, where the track is a track link.

Using the finite element method using the MAPLE-18 computer program, three-dimensional plots of the stress field of the contact zone for numerical variants of loads were constructed. It turned out that with some combination of loads, the stress plots were unexpected.

The analysis of the plot field makes it possible to establish the predicted zone with the most likely appearance of plastic deformations or cracks, that is, the zone of probable destruction. Therefore, the ephors presented in the work significantly deepen the imagination about the cause and form of possible destruction of a wheel with a rail (or with a caterpillar track of the corresponding machines). The perspective of the development of the research is the solution of the complex problem of the workability of the wheel-rail system - the elastic base of the rail track. The analysis of charts makes it possible to: determine the coordinates of the zones of appearance of plastic deformations or cracks of the system element; emphasize the fact that the most dangerous is the normal load, the stress from which exceeds the others by three times.

The perspective of the development of the research is the solution of the complex problem of the workability of the wheel-rail system - the elastic base of the rail track.

Keywords: *finite element method, program MAPLE-18, wheel-rail system, railway transport contact stress area, railway transport.*

Кириченко Олександр Миколайович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України. ORCID ID [0000-0001-9136-7593]. E-mail: Akirichenko987@gmail.com.

Раківненко Валерія Павлівна, кандидат технічних наук, доцент, зав. кафедрою інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України. ORCID ID [0000-0002-6136-6191]. E-mail: Valeryrakivnenko@gmail.com.

Колісник Аліна Володимирівна, кандидат технічних наук, доцент кафедри залізничних станцій та вузлів Українського державного університету залізничного транспорту. ORCID ID [0000-0001-5038-0230]. Тел.: 093-734-41-20. E-mail: kolisnuk@kart.edu.ua.

Kirichenko Oleksandr, PhD (Tech.), Associate Professor, department of Engineering Mechanics, National Academy of the National Guard of Ukraine. ORCID ID [0000-0001-9136-7593]. E-mail: Akirichenko987@gmail.com.

Rakivnenko Valeriya PhD (Tech.), Associate Professor, head of the department of Engineering Mechanics, National Academy of the National Guard of

Ukraine. ORCID ID [0000-0002-6136-6191]. E-mail: Valeryrakivnenko@gmail.com.

Kolisnyk Alina, PhD (Tech.), Associate Professor, department of railway stations and units, Ukrainian State University of Railway Transport ORCID ID [0000-0001-5038-0230]. Tel.: 093-734-41-20. E-mail: kolisnuk@kart.edu.ua.