УДК 658.012
DOI: 10.18664/ikszt.v0i1.51745

КАТКОВА Т.И., кандидат педагогических наук, доцент (Бердянский университет менеджмента и бизнеса)

Оценка уровня предпочтения при сравнении объектов по совокупности показателей

Рассмотрена задача оценивания уровня предпочтения одних объектов перед другими по множеству признаков. Проведен анализ известных методов оценки важности частных показателей сравниваемых объектов. Исследованы методы скаляризации векторного критерия. Показано, что эти методы не эквивалентны с точки зрения чувствительности к ошибкам оценки частных показателей.
Ключевые слова: *сравнение объектов, множество показателей, важность показателей, скаляризация векторного критерия.*

Введение

Задача сравнения объектов по совокупности показателей традиционно сводится к проблеме скаляризации векторного критерия. При этом предполагается, что для каждого из показателей задана его важность (вес, ранг). Это допущение в действительности не просто реализовать с надлежащей точностью. Понятно, что появляющаяся здесь неопределенность существенно влияет на результат сравнения. К этому следует добавить, что и собственно задача скаляризации может быть решена по-разному с различным конечным значением критерия предпочтения одного объекта перед другим. Таким образом, на окончательный результат решения задач сравнения объектов и выбора из них предпочтительного нетривиальным образом влияют результаты решения промежуточных задач: 1) адекватная оценка относительной важности показателей; 2) формирование скалярного критерия предпочтения, обоснованно использующего оценки важности частных показателей качества сравниваемых объектов.

Анализ публикаций

При решении экономических и производственных задач оценивания уровня предпочтения одних объектов перед другими по множеству признаков, среди которых могут быть те, которые нельзя измерить и выразить в каких-либо единицах, применяют методы экспертных оценок. Формы и методы получения и обработки экспертных оценок описаны многими авторами [1 – 5]. Методы экспертных оценок дают возможность объективно обрабатывать качественные данные, полученные в результате опроса специалистов, анкетирования, тестирования и прочими способами. Они позволяют получить числовые значения для каждого объекта, определяющие его предпочтение перед другими объектами. Когда выбор наилучшего варианта не может быть сделан с учетом только одного, даже очень важного показателя и необходимо учитывать все показатели, характеризующие объект, это приводит к векторности критерия [6 - 8]. Традиционные технологии расчета системных характеристик объектов, определяемых совокупностью их частных характеристик и использующих известные приемы скаляризации векторного критерия качества объекта, описаны в научной литературе [9, 10]. Проведем их анализ.

Постановка задачи

Поставим задачу анализа эффективности методик получения промежуточных результатов решения исходной задачи сравнения объектов и выбора из них предпочтительного.

Пусть каждый из сравниваемых объектов характеризуется совокупностью из m показателей. Относительная важность показателей определяется группой n экспертов, и пусть a_{ij} – оценка важности i-го показателя, определенная j-м экспертом. Поставим задачу статистической обработки результатов опроса экспертов для адекватного оценивания значения ранга каждого показателя, объективно отображающего коллективное мнение экспертов, с целью обоснованного формирования скалярного критерия предпочтения одного объекта перед другим.

Основные результаты

Постановленная задача для конкретного показателя i может быть решена путем отыскания такого компромиссного значения, которое будет минимизировать сумму квадратов его отклонений от рангов, присвоенных этому показателю экспертами. Введем оптимизируемый функционал для i-го показателя

$$J_i = \sum_{j=1}^{n}\left(r_i - a_{ij}\right)^2 \Rightarrow \min_{r_i}, \quad i = 1,2,\ldots,m, \qquad (1)$$

где r_i-искомая компромиссная оценка ранга для i-го показателя. Минимум (1) найдем непосредственно, дифференцируя (1) по r_i, $i = 1,2,\ldots,m$.

$$\frac{dJ_i}{dr_i} = 2\sum_{j=1}^{n}(r_i - a_{ij}) = 2\left(nr_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\right) = 0,$$

откуда

$$r_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,m. \qquad (2)$$

Таким образом, наилучшая в смысле наименьших квадратов компромиссная оценка для каждого показателя есть обычное среднее арифметическое рангов, присвоенных этому показателю экспертами.

Рассмотрим теперь дисперсии экспертных оценок для каждого показателя, характеризующие разброс этих оценок относительно средних:

$$D_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij} - r_i\right)^2, \quad i = 1,2,\ldots,m. \qquad (3)$$

Ранжируем показатели в порядке убывания их среднего ранга. Пусть при этом показатели расположатся в последовательности $L = (l_1, l_2, ..., l_m)$, где $l_k -$номер показателя, стоящего на k-м месте в полученной последовательности L.

Теперь необходимо оценить степень согласованности мнений экспертов. В качестве меры согласованности может быть использована средняя дисперсия оценок рангов показателей, вычисляемая по формуле

$$D_{cp} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} D_i .$$

Ясно, что $D_{cp} = 0$, только в том случае, если $D_i = 0$ для всех $i = 1,2,\ldots,m$, то есть оценки рангов всех экспертов по каждому показателю совпадают ($a_{ij} \equiv r_i, \quad j = 1,2,\ldots,n$).

С другой стороны, максимальная средняя дисперсия будет получена при максимальной несогласованности рангов, присвоенных экспертами, которая будет реализована, если $n = m$ и каждый из показателей получит по совокупности мнений экспертов все возможные номера. При этом

$$D_{\max} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(j - \frac{n+1}{2}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left[j^2 - j(n+1) + \frac{(n+1)^2}{4}\right] =$$
$$= \frac{1}{n}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)^2}{2} + \frac{n(n+1)^2}{4}\right] = \frac{n^2-1}{12}.$$

Другой показатель меры согласованности – коэффициент конкордации, вычисляется по формуле [11]

$$w = \frac{12}{n\left(m^2-1\right)m^2}\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{n(m+1)}{2} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\right]^2.$$

Если вычисленные меры согласованности мнений экспертов свидетельствуют о несущественных различных мнений экспертов, то рассчитанные средние значения рангов для каждого из показателей могут служить объективной оценкой их важности. Возможность появления больших ошибок в противном случае вызывает необходимость поиска других методик обоснованного оценивания важности показателей.

Простейшая методика состоит в том, чтобы присвоить показателю вес в соответствии с его местом в ранжированной последовательности. При этом наибольший вес должен иметь показатель, имеющий минимальный ранг, равный 1, а наименьший - показатель, имеющий максимальный ранг, равный m. Поскольку ранг показателя, стоящего на k-м месте от начала в последовательности L равен $m+1-k$, то его весовой коэффициент α_k может быть рассчитан по формуле

$$\alpha_k = \frac{m+1-k}{\sum_{k=1}^{m}(m+1-k)} = 2\frac{m+1-k}{m(m+1)}. \qquad (4)$$

При этом сумма α_k, $k=1,2,...,m$, будет равна 1, а численное значение α_k будет тем большим, чем выше место показателя в ранжированной последовательности. Несмотря на простоту и многократное применение этой методики, целесообразность её использования вызывает серьезные сомнения.

Дело в том, что два или даже несколько каких-либо показателей, имеющих разные номера в последовательности L, могут практически не отличаться по важности с точки зрения их влияния на предпочтительность объекта и, следовательно, должны иметь одинаковый вес. С другой стороны, может оказаться, что два рядом стоящих показателя из последовательности L будут отличаться по важности друг от друга гораздо более существенно, нежели это следует из формулы (4). Иными словами, полученная в результате обработки опроса экспертов информация о рангах показателей и их средних значениях должна использоваться не только для упорядочивания показателей, но и более конструктивно – для расчета весовых коэффициентов.

С целью оценки весов показателей сначала для каждой пары соседних показателей (l_k, l_{k+1}) в последовательности L проведем проверку статистической гипотезы о различии их средних рангов r_{l_K} и $r_{l_{K+1}}$. Для этого используем стандартную процедуру проверки гипотезы H_0 о равенстве средних двух выборок $B_{l_K}=\left(a_{l_K,1};a_{l_K,2};\ldots;a_{l_K,n}\right)$ и $B_{l_{K+1}}=\left(a_{l_{K+1},1};a_{l_{K+1},2};\ldots;a_{l_{K+1},n}\right)$. Здесь выборка B_{l_K} соответствует набору рангов, присвоенных экспертами l_k-му показателю, а $B_{l_{K+1}}$ – набору рангов для l_{k+1}-го показателя. Будем считать, что выборка B_{l_K} извлечена из генеральной совокупности случайных величин, распределенных нормально с математическим ожиданием r_{l_K} и дисперсией D_{l_K}, а выборке $B_{l_{K+1}}$ соответствует нормальное распределение с параметрами $\left(r_{l_{K+1}}, D_{l_{K+1}}\right)$. Такая гипотеза при хорошей согласованности рангов (высокой квалификации экспертов) вполне допустима. Формируем критерий [12]

$$t_k=\frac{r_{l_k}-r_{l_{k+1}}}{\sqrt{\dfrac{D_{l_k}}{n}+\dfrac{D_{l_{k+1}}}{n}}}, \qquad k=1,2,...,m.$$

Критерий t_k – нормально распределенная случайная величина, математическое ожидание которой равно нулю (если верна гипотеза о согласованности рангов), а дисперсия равна единице.

Вычисленные значения t_k сравниваем с критическим значением $t_{\text{кр}}$, взятым из таблицы функции Лапласа

$$\Phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

для заданного уровня значимости α в соответствии с равенством

$$\Phi\left(t_{\text{кр}}\right)=\frac{1-2\alpha}{2}.$$

Если при этом $t_k \ge t_{\text{кр}}$, то различие между средними для наборов B_{l_K} и $B_{l_{K+1}}$ значимо. Тогда показателям l_k и l_{k+1} присваиваются веса соответственно $\nu_{l_K}=m+1-r_{l_K}$ и $\nu_{l_{K+1}}=m+1-r_{l_{K+1}}$. Если же для некоторого k имеет место неравенство $t_k < t_{\text{кр}}$, то различие незначимо. В этом случае обоим показателям присваивается одинаковый вес

$$\nu_{l_K}=\nu_{l_{K+1}}=m+1-\frac{r_{l_K}+r_{l_{K+1}}}{2}.$$

В результате реализации описанной процедуры набору показателей $\left(l_1, l_2, \ldots, l_k, \ldots, l_m\right)$ ставится в соответствие набор весовых коэффициентов $\left(\nu_{l_1}, \nu_{l_2}, \ldots, \nu_{l_k}, \ldots, \nu_{l_m}\right)$.

В экономической практике задача оценки уровня предпочтения появляется достаточно часто, например, при обосновании выбора направления деятельности предприятия.

Показатели, используемые для оценки перспективности направлений, различаются по смыслу, отображают разные экономические характеристики этих сравниваемых объектов. Соответствующие их количественные значения имеют разную размерность и могут принимать значения, существенно отличающиеся по величине. С целью обеспечения возможности их сравнения и последующего использования при формировании обобщенного показателя необходимо выполнить их нормировку. Пусть сравниваются два объекта.

Стандартно применяемый способ нормировки показателей состоит в пересчете их значений по формуле

$$z_{ij}=\frac{r_{ij}-r_{i\min}}{r_{i\max}-r_{i\min}}, \qquad (5)$$

где r_{ij} – значение i-го показателя для j-го объекта, $i=1,2,\ldots,m,\quad j=1,2,$

$r_{i\max}=\max\{r_{i1},r_{i2}\},$

$r_{i\min}=\min\{r_{i1},r_{i2}\}.$

Ясно, что расчет по формуле (5), приводит численные значения нормированных показателей z_{ij} к интервалу $[0,1]$.

Во многих случаях более удобной является нормировка, переводящая значения a_{ij} в интервал $[-1,1]$. При этом используется формула

$$z_{ij}=\frac{2r_{ij}-(r_{i\max}+r_{i\min})}{r_{i\max}-r_{i\min}},\ i=1,2,...,m;\ j=1,2. \qquad (6)$$

Еще один часто используемый вариант нормировки выполняется в соответствии с выражением

$$z_{ij}=\frac{a_{ij}-r_i}{3\sigma_i},\quad i=1,2,\ldots,m;\quad j=1,2, \qquad (7)$$

где r_i и σ_i вычисляется в соответствии с (2) и (3).

При использовании (7) нормированные значения с вероятностью близкой к единице лежат в интервале $[-1,1]$, причем границы интервала не обязательно достигаются.

Пусть используется нормировка в соответствии с формулой (5). В результате её проведения двум сравниваемым объектам поставим в соответствии две точки $z_1=(z_{i1}),\ z_2=(z_{i2})$ в m- мерном факторном пространстве Φ_m.

Множество E показателей разобьем на два подмножества:

E_+ - подмножество показателей, для которых увеличение их численного значения соответствует увеличению перспективности направления,

E_- - подмножество показателей, для которых, напротив, уменьшение численного значения соответствует увеличению перспективности направления.

Перейдем к рассмотрению второй задачи. Пусть производится сравнение двух конкурирующих стратегий. Рассчитаем средневзвешенное значение степени целесообразности использования каждой из этих конкурирующих стратегий по формуле

$$S_j^{(1)}=\sum_{i\in E_+}v_i z_{ij}-\sum_{i\in E_-}v_i z_{ij},\quad j=1,2. \qquad (8)$$

Для расчета обобщенного показателя часто используют соотношение, аналогичное предыдущему, но представляющее собой не аддитивную, а мультипликативную свертку

$$S_j^{(2)}=\frac{\sum_{i\in E_+}v_i z_{ij}}{\sum_{i\in E_-}v_i z_{ij}},\quad j=1,2. \qquad (9)$$

Ясно, что уровень целесообразности выбора стратегического направления тем выше, чем больше численное значение $S_j^{(1)}$ или $S_j^{(2)}$.

Заметим, однако, что сравнение объектов по обобщенным показателям $S_j^{(1)}$ и $S_j^{(2)}$ не эквивалентно, как это принято считать. В самом деле, пусть, например, объект 1 лучше объекта 2 по показателю $S_j^{(1)}$. При этом $S_1^{(1)}>S_2^{(1)}$ или

$$\sum_{i\in E_+}v_i z_{i1}-\sum_{i\in E_-}v_i z_{i1}>\sum_{i\in E_+}v_i z_{i2}-\sum_{i\in E_-}v_i z_{i2}\,.$$

Это неравенство, очевидно, равносильно следующему

$$\frac{1}{\sum_{i\in E_-}v_i z_{i1}}\left[\sum_{i\in E_+}v_i z_{i1}-\sum_{i\in E_-}v_i z_{i1}\right]>\frac{1}{\sum_{i\in E_-}v_i z_{i1}}\left[\sum_{i\in E_+}v_i z_{i2}-\sum_{i\in E_-}v_i z_{i2}\right]\frac{\sum_{i\in E_-}v_i z_{i2}}{\sum_{i\in E_-}v_i z_{i2}}=$$

$$=\frac{1}{\sum\limits_{i\in E_-}\nu_i z_{i2}}\left[\sum_{i\in E_+}\nu_i z_{i2}-\sum_{i\in E_-}\nu_i z_{i2}\right]\frac{\sum\limits_{i\in E_-}\nu_i z_{i2}}{\sum\limits_{i\in E_-}\nu_i z_{i1}},$$

откуда

$$S_1^{(2)}-1>\left(S_2^{(2)}-1\right)\frac{\sum\limits_{i\in E_-}\nu_i z_{i2}}{\sum\limits_{i\in E_-}\nu_i z_{i1}}.$$

Легко видеть, что из последнего неравенства следует, что $S_1^{(2)}>S_2^{(2)}$ только в том случае, когда

$$\sum_{i\in E_-}\nu_i z_{i2}>\sum_{i\in E_-}\nu_i z_{i1},$$

что выполняется не обязательно.

Принципиально другой подход к скаляризации векторного показателя используется при формировании, так называемого, объекта-«идеала».

При этом традиционно [9, 12] используется следующая методика. Координаты точки, соответствующей объекту-«идеалу», выбираются из соотношения

$$u_i^*=\begin{cases}\max\limits_j\{z_{ij}\}, & i\in E_+,\\ \min\limits_j\{z_{ij}\}, & i\in E_-, \quad i=1,2,\ldots m.\end{cases} \tag{10}$$

Теперь в качестве меры оценки качества объектов можно использовать расстояние между точкой в факторном пространстве Φ_m, соответствующей произвольному, например, j-му объекту, и точкой, задающей «идеальный» объект. Естественно, целесообразность использования конкретного объекта тем выше, чем это расстояние меньше. Для расчета этого расстояния R_{j0} можно использовать меры, вычисляемые в различных метриках. Из них наиболее употребительными являются следующие [12, 13].

1. Расстояние Минковского

$$R_{j0}^{(1)}=\left(\sum_{i=1}^m\left|z_{ij}-u_i\right|^p\right)^{\frac{1}{p}}, \quad j=1,2,\ldots,n. \tag{11}$$

В частном случае, когда $p=2$, получаем обычную евклидову метрику. Если $p=1$, то формула (11) дает так называемое вариационное расстояние Колмогорова (или манхэттенское расстояние).

2. Расстояние Сангхви

$$R_{j0}^{(2)}=\sum_{i=1}^m\frac{\left(z_{ij}-u_i\right)^2}{z_{ij}+u_i}, \quad j=1,2,\ldots,n.$$

В обоих соотношениях, чем меньше величина R_{j0}, тем выше качество объекта.

Мера качества объекта (11) может быть сделана более адекватной, если учесть различия в важности показателей, рассчитываемых по методике, изложенной выше. Такая мера называется расстоянием Махаланобиса и вычисляется по формуле

$$Q_{j0}=\left(\sum_{i=1}^m\nu_i\left(z_{ij}-u_i\right)^p\right)^{\frac{1}{p}}.$$

В частном случае, когда $p=2$, получаем

$$Q_{j0}=\left(\sum_{i=1}^m\nu_i\left(z_{ij}-u_i\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad j=1,2,\ldots,n. \tag{12}$$

Покажем, что использование и учет весовых коэффициентов позволяет более правильно выбрать объект, наиболее близкий к объекту-«идеалу».

Пусть, для простоты, объекты A и B характеризуются двумя показателями, причем координаты объекта A в двумерном пространстве определяются вектором (a,b), координаты объекта $B-(b,a)$, а координаты объекта-«идеала» C равны (c,c). Вычислим расстояния от объектов A и B до объекта C в обычной метрике

$$R_{AC}=\sqrt{(c-a)^2+(c-b)^2},$$
$$R_{BC}=\sqrt{(c-b)^2+(c-a)^2}.$$

Очевидно, $R_{AC}=R_{BC}$.

Введем теперь весовые коэффициенты ν_1 и ν_2, оценивающие важности показателей, причем пусть $\nu_1 > \nu_2$. Предположим далее, что $|c-a| < |c-b|$. Это означает, что объект A ближе к объекту-«идеалу» по первой координате, а объект B - по второй.

Рассчитаем теперь расстояние Махаланобиса по формуле (12). Получим

$$Q_{AC} = \sqrt{\nu_1(c-a)^2 + \nu_2(c-b)^2},$$

$$Q_{BC} = \sqrt{\nu_1(c-b)^2 + \nu_2(c-a)^2}.$$

Вычислим теперь величину

$$\begin{aligned} d = Q_{AC}^2 - Q_{BC}^2 &= \nu_1(c-a)^2 + \nu_2(c-b)^2 - \\ &- \nu_1(c-b)^2 - \nu_2(c-a)^2 = \\ &= (\nu_1 - \nu_2)(c-a)^2 - (\nu_1 - \nu_2)(c-b)^2 = \\ &= (\nu_1 - \nu_2)\left[(c-a)^2 - (c-b)^2\right] \end{aligned}$$

В соответствии со сделанным выше предположением, число, стоящее в квадратных скобках, отрицательно. Следовательно, $Q_{AC}^2 < Q_{BC}^2$ или $Q_{AC} < Q_{BC}$. Последнее означает, что объект A в метрике, учитывающей различия в важности показателей, находится ближе к объекту-«идеалу», нежели объект B. Это является прямым следствием того, что объект A ближе объекта B к объекту C по более важному показателю.

Отметим, что описанные выше стандартные подходы в задаче скаляризации не эквивалентны, то есть если объект *A* «лучше» объекта *B* с точки зрения средневзвешенного показателя, то он не обязательно ближе к «идеалу». Для иллюстрации рассмотрим простейший пример.

Пусть объекты *A* и *B* имеют соответственно координаты (a_1, a_2), (b_1, b_2), весовые коэффициенты равны ν_1 и ν_2 и, кроме того, известно, что $a_1 < b_1$, $a_2 < b_2$ и все показатели относятся к E_+.

При этом

$$S_A^{(1)} = \nu_1 a_1 + \nu_2 a_2, \quad S_B^{(1)} = \nu_1 b_1 + \nu_2 b_2.$$

Рассчитаем координаты объекта-«идеала»:

$$U = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \max\{a_1, b_1\} = b_1 \\ \max\{a_2, b_2\} = a_2 \end{pmatrix}.$$

Тогда в евклидовой метрике

$$R_{AO} = \left[\nu_1(c_1 - a_1)^2 + \nu_2(c_2 - a_2)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\nu_1(b_1 - a_1)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \nu_1^{\frac{1}{2}}(b_1 - a_1),$$

$$R_{BO} = \left[\nu_1(c_1 - b_1)^2 + \nu_2(c_2 - b_2)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\nu_2(a_2 - b_2)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \nu_2^{\frac{1}{2}}(a_2 - b_2).$$

Теперь, объект *A* «лучше» объекта *B* по средневзвешенному показателю, если

$$S_A^{(1)} - S_B^{(1)} = \nu_1(a_1 - b_1) + \nu_2(a_2 - b_2) = \nu_2(a_2 - b_2) - \nu_1(b_1 - a_1) > 0. \qquad (13)$$

С другой стороны, объект *A* «лучше» объекта *B* по степени близости к объекту-«идеалу», если

$$R_{BO} - R_{AO} = \nu_2^{\frac{1}{2}}(a_2 - b_2) - \nu_1^{\frac{1}{2}}(b_1 - a_1) > 0. \qquad (14)$$

Неравенства (13) и (14) не эквивалентны. Например, если $a_1 = 4$, $a_2 = 8$, $b_1 = 6$, $b_2 = 4$, $\nu_1 = 3$, $\nu_2 = 1$, то $S_A^{(1)} = 20$, $S_B^{(1)} = 22$, то есть *B* «лучше» *A*, но $R_{AO} = 2\sqrt{3}$, $R_{BO} = 4$, то есть *A* «лучше» *B*.

Непосредственным подсчетом легко показать, что при других значениях коэффициентов d_1, d_2 характер предпочтения может измениться. Это обстоятельство делает актуальной проблему установления правильного и возможно наиболее точного соотношения между оценками важности факторов.

Наконец, анализируемые способы скаляризации неравноценны и с точки зрения другой системной характеристики совокупности факторов, определяющих перспективность, полезность, эффективность выбираемого направления деятельности. Такой важной характеристикой является чувствительность результирующей ошибки к погрешностям исходных данных.

Чувствительность – это мера зависимости системных характеристик от возможных вариаций элементов. Численную оценку этой меры зададим соотношением

$$\eta = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial H}{\partial \nu_i} d\nu_i ,$$

где H – системная характеристика объекта.

Определим чувствительность системных характеристик (скалярных оценок уровня привлекательности направления деятельности) к возможным ошибкам в оценки важности частных характеристик (влияющих факторов).

Пусть

$$H_1 = \sum_{i=1}^{m} \nu_i r_i \,,\; H_2 = \left[\sum_{i=1}^{m} \nu_i \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} .$$

Тогда

$$\eta_1 = \sum_{i=1}^{m} r_i d\nu_i \,; \tag{15}$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{m} \nu_i \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \left[\sum_{i=1}^{m} \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 d\nu_i \right] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right) d\nu_i}{\left[\sum_{i=1}^{m} \nu_i \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} . \tag{16}$$

Пусть

$$i_0 = \arg\max_i \{ \nu_i \} .$$

При этом для η_2 можно получить следующую оценку:

$$\eta_2 \cong \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right) d\nu_i}{\nu_{i0}^{\frac{1}{2}} \left(r_{i0} - r_i^{(0)} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq i_0}^{m} \frac{\nu_i}{\nu_{i0}} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2}{\left(r_{i0} - r_i^{(0)} \right)^2} \right)} <$$

$$< \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right) d\nu_i}{\nu_{i0}^{\frac{1}{2}} \left(r_{i0} - r_i^{(0)} \right)} < \sum_{i=1}^{m} r_i d\nu_i = \eta_1 .$$

Таким образом, системная характеристика объекта, связанная с расчетом близости к объекту-«идеалу», менее чувствительна к ошибкам оценки важности влияющих факторов, нежели средневзвешенное значение этих факторов.

Выводы

В работе проведен анализ традиционных технологий расчета системных характеристик объектов, определяемых совокупностью их частных характеристик и использующих известные приемы скаляризации векторного критерия качества объекта. В результате анализа подтверждено, что эти системные характеристики не эквивалентны. Также в работе показано, что скалярный критерий – близость к объекту-«идеалу» менее чувствителен к погрешностям в оценке важности частных характеристик, чем средневзвешенное значение частных показателей качества объекта.

Литература

1 Бешелев С. Д. Экспертные оценки [Текст] / С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич. - М. : Наука, 1973. - 246 с.

2 Бешелев С. Д. Экспертные оценки в принятии плановых решений [Текст] / С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич. – М. : Экономика, 1976. - 287 с.

3 Евланов Л. Г. Экспертные оценки в управлении [Текст] / Л. Г. Евланов, В. А. Кутузов. - М. : Экономика, 1978. - 133 с.

4 Литвак Б. Г. Экспертные оценки и принятие решений [Текст] / Б. Г. Литвак. - М. : Патент, 1996. - 271 с.

5 Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий [Текст] : Пер. с англ. / Т. Саати. - М. : Радио и связь, 1989. – 316 с.

6 Моисеев Н. Н. Математические методы системного анализа [Текст] / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1981. - 448 с.

7 Зайченко Ю. П. Исследование операций [Текст] / Ю. П. Зайченко. – К. : «Слово», 2003. - 688 с.

8 Ермольев Ю. М. Математические методы исследования операций [Текст] / Ю. М. Ермольев, И. И. Ляшко, В. С. Михалевич, В. И. Тюптя. – К. : Вища школа, 1979. - 312 с.

9 Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений [Текст] / О. И. Ларичев. – М. : Логос, 2002. - 392 с.

10 Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций [Текст] / Ю. Б. Гермейер. – М. : Наука, 1971. - 296 с.
11 Иванова В. М. Математическая статистика [Текст] / В. М. Иванова, В. Н. Калинина, Л. А. Нешумова и др. – М. : Высшая школа, 1981.-371 с.
12 Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / В. Е. Гмурман. – М. : «Высш.школа», 1972. – 368 с.
13 Большаков А. А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов [Текст] / А. А. Большаков, Р. Н. Каримов. – М. : Гор. линия-телеком, 2007. - 522 с.

Каткова Т. І. Оцінка рівня переваги при порівнянні об'єктів за сукупністю показників. Розглянуто задачу оцінювання рівня переваги одних об'єктів перед іншими по безлічі ознак. Проведено аналіз відомих методів оцінки важливості приватних показників порівнюваних об'єктів. Досліджено методи скаляризації векторного критерію. Показано, що ці методи не еквівалентні з точки зору чутливості до помилок оцінки приватних показників.

Ключові слова: порівняння об'єктів, множина показників, важливість показників, скаляризації векторного критерію.

Katkova T. I. The assessment of the preference level when comparing objects according to the set of indicators. The problem of estimating the preference level of some objects to the other according to the feature set has been considered. The analysis of the known methods of assessing the importance of particular indicators of the compared objects has been conducted. The methods of scalarization of vectorial criterion have been investigated. It has been shown that these methods are not equivalent in terms of sensitivity to the estimation errors of individual indicators.

Key words: comparison of objects, set of indicators, importance of indicators, scalarization of vectorial criterion.

Автор - Каткова Татьяна Игоревна
Реєстраційний номер ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1051-4262

Рецензент Раскин Л.Г., д.т.н., профессор (НТУ "ХПИ")

Поступила 20.01.2015г