

ВОЛОДАРСКИЙ В. А., к.т.н., с.н.с., профессор (Красноярский институт железнодорожного транспорта, Россия)

Расчет показателей надежности систем при постепенных отказах элементов

Изложен метод расчета показателей надежности систем с использованием для описания постепенных отказов элементов в условиях неопределенности распределения косинуса. Рассмотрены наиболее характерные способы соединения элементов в системах: 1) последовательное; 2) однократное постоянное резервирование, когда основной и резервный элемент находятся в одинаковых условиях (в нагруженном режиме) и одновременно выполняют одни и те же функции; 3) однократное резервирование замещением, когда отказавший основной элемент заменяется с помощью переключателя резервным, находящимся до этого в ненагруженном режиме, и который начинает выполнять функции основного элемента. Приведены примеры расчета надежности систем. Отмечено, что при использовании распределения косинуса задача расчета показателей надежности систем для рассмотренных способов соединения элементов стареющего типа может быть решена в аналитическом виде.

Ключевые слова: вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, распределение косинуса, элемент, система.

Состояние вопроса

В настоящее время расчеты показателей надежности систем проводятся, как правило, в предположении о постоянной интенсивности отказов составляющих их элементов. Это соответствует случаю, когда элементы подвержены только внезапным отказам из-за внешних воздействий. Постепенные отказы элементов, связанные с внутренними процессами износа и старения, при этом не учитываются. Последнее не соответствует реальной действительности. Например, в [1, 2] подробно описаны деградационные процессы, которые вызывают износ и старение элементов железнодорожных систем электроснабжения, автоматики, телемеханики и связи. Подобные процессы приводят к постепенным отказам элементов и описываются в теории надежности классом распределений, имеющим возрастающую функцию интенсивности отказов.

Путем сбора и обработки информации об отказах, восстанавливаемых в процессе эксплуатации элементов указанных систем, получены только оценки постоянных значений параметра потока отказов ω [1] или наработки на отказ как $T = 1/\omega$ [2]. Это подтверждает положение теории надежности, что в стационарном режиме эксплуатации параметр потока отказов элементов стремится к установившемуся значению $\omega = 1/T$. Однако это не означает, что интенсивность отказов элементов является постоянной

величиной. Элементы с возрастающей функцией интенсивности отказов назовем элементами стареющего типа.

Поскольку законы распределения наработки на отказ элементов стареющего типа, как правило, не известны, задачу расчета показателей надежности систем приходится решать в условиях неопределенности.

Цель статьи – предложить один из возможных методов расчета показателей надежности систем при постепенных отказах элементов в условиях неопределенности, основанный на применении распределения косинуса, и показать его практическое применение.

Расчет показателей надежности систем в условиях неопределенности

Для описания постепенных отказов элементов стареющего типа в условиях неопределенности может использоваться распределение косинуса [3]. Вероятность безотказной работы (ВБР) $P(t)$ и интенсивность отказов (ИО) $\lambda(t)$ элементов стареющего типа за время эксплуатации t при этом распределении определяются по формулам:

$$P(t) = \cos(t/T); \quad \lambda(t) = (1/T) \cdot \operatorname{tg}(t/T); \quad (1)$$

Рассмотрим наиболее характерные способы соединения элементов:

последовательное соединение элементов;

однократное постоянное резервирование, когда основной и резервный элемент находятся в

одинаковых условиях (в нагруженном режиме) и одновременно выполняют одни и те же функции;

однократное резервирование замещением, когда отказавший основной элемент заменяется с помощью переключателя резервным, находящимся до этого в ненагруженном режиме, который начинает выполнять функции основного элемента.

Примем следующие допущения:

отказы элементов независимы друг от друга, а вероятность одновременного отказа двух и более элементов равна нулю;

переключение на резервный элемент происходит мгновенно;

вероятность отказа элемента, находящегося в ненагруженном режиме, равна нулю.

Для проведения расчетов показателей надежности систем в рассматриваемых случаях используем методический подход, предложенный в [4].

Последовательное соединение элементов

При последовательном соединении элементов вероятность безотказной работы $P(t)_c$ и интенсивность отказов $\lambda(t)_c$ системы определяются по формулам [4]:

$$P(t)_c = \prod_1^n \cos(t/T_i); \lambda(t)_c = \sum_1^n (1/T_i) \cdot \operatorname{tg}(1/T_i), \quad (2)$$

где T_i - наработка на отказ i - го элемента;

n - число последовательно соединенных элементов.

Однократное постоянное резервирование элементов

Для дублированной системы с нагруженным резервом показатели надежности определяются из выражений [4]:

$$P(t)_c = 2 \cos(t/T) - \cos^2(t/T); \quad (3)$$

$$\lambda(t)_c = \frac{-[P(t)_c]'}{P(t)_c} = \frac{2 \operatorname{tg}(t/T) \cdot (1 - \cos(t/T))}{T(2 - \cos(t/T))}. \quad (4)$$

Однократное резервирование замещением элементов

В [4] приведены формулы для определения показателей надежности системы при резервировании замещением с абсолютно надежным переключателем. В общем случае вероятность безотказной работы дублированной системы с ненагруженным резервом и с ненадежным переключателем определяется из выражения

$$P(t)_c = P(t) + P_{\Pi} \int_0^t P(t-\tau) f(\tau) d\tau, \quad (5)$$

где $P(t)$ - вероятность безотказной работы основного элемента за время t ;

$P(t-\tau)$ - вероятность безотказной работы резервного элемента в течение времени $(t-\tau)$;

$f(\tau)$ - плотность распределения наработки до отказа основного элемента в момент времени τ ;

P_{Π} - вероятность безотказной работы переключателя.

Выражение (5) имеет простую вероятностную интерпретацию. Безотказность системы на интервале от 0 до t обеспечивается объединением двух событий: либо основной элемент работал безотказно на указанном интервале времени, либо основной элемент отказал в какой-то момент этого интервала, но резервный элемент, включившись в этот момент с вероятностью P_{Π} , работал безотказно на оставшемся отрезке времени до момента t . В условиях неопределенности, когда для описания постепенных отказов элементов используется распределение косинуса (1), имеем

$$P(t) = \cos(t/T); f(\tau) = 1/T \cdot \sin(\tau/T);$$

$$P(t-\tau) = \cos(t/T) \cdot \cos(\tau/T) + \sin(t/T) \cdot \sin(\tau/T).$$

Подставив полученные значения $P(t)$, $P(t-\tau)$ и $f(\tau)$ в выражение (5) и проведя интегрирование, получим

$$P(t)_c = \cos(t/T) + 0.5 P_{\Pi} (t/T) \cdot \sin(t/T). \quad (6)$$

Частные случаи выражения (6):

при $P_{\Pi} = 0$ (при каждом включении отказывает переключатель) $P(t)_c = \cos(t/T)$, то есть ВБР системы равна вероятности безотказной работы одного элемента (см. выражение (1));

при $P_{\Pi} = 1$ (при абсолютно надежном переключателе) получаем

$$P(t)_c = \cos(t/T) + 0.5 \cdot (t/T) \cdot \sin(t/T)$$

Интенсивность отказов системы определим аналогично (4) из выражения

$$\lambda(t)_c = \frac{(1 - 0.5 \cdot P_{\Pi}) \cdot \sin(t/T) - 0.5 P_{\Pi} (t/T) \cdot \cos(t/T)}{T(\cos(t/T) + 0.5 P_{\Pi} (t/T) \cdot \sin(t/T))}. \quad (7)$$

Частные случаи выражения (7):

при $P_{\Pi} = 0$ имеем $\lambda(t)_c = (1/T) \cdot \operatorname{tg}(t/T)$, то есть ИО системы равна интенсивности отказов одного элемента (см. выражение (1));

при $P_{\Pi} = 1$ имеем

$$\lambda(t)_c = \frac{\sin(t/T) - (t/T) \cdot \cos(t/T)}{2T(\cos(t/T) + 0.5(t/T) \cdot \sin(t/T))}.$$

Примеры расчетов

Пример 1. Нарботка на отказ десяти последовательно соединенных элементов системы равны 600, 1000, 1300, 700, 1400, 1100, 800, 900, 1200 и 1500 часов. Результаты расчетов показателей надежности в зависимости от времени эксплуатации, выполненные с использованием выражений (2), сведены в таблицу 1. Как видно из кривых, представленных на рис. 1 и 2, вероятность безотказной

работы со временем эксплуатации снижается, и при значении $t = 800$ часов приближается к нулевому значению. Причем, кривая $P(t)_c$ сначала выпукла вверх, а затем – вниз. Интенсивность отказов со временем эксплуатации монотонно возрастает. Это означает, что система из последовательно соединенных «стареющих» элементов, также является «стареющей» системой.

Таблица 1

$t, \text{час}$	0	100	200	300	400	500	600	700	800
$\lambda(t)_c$	0	0,0012	0,0024	0,0037	0,0051	0,0068	0,0089	0,012	0,017
$P(t)_c$	1,0	0,9431	0,7896	0,5833	0,3758	0,2071	0,094	0,034	0,008

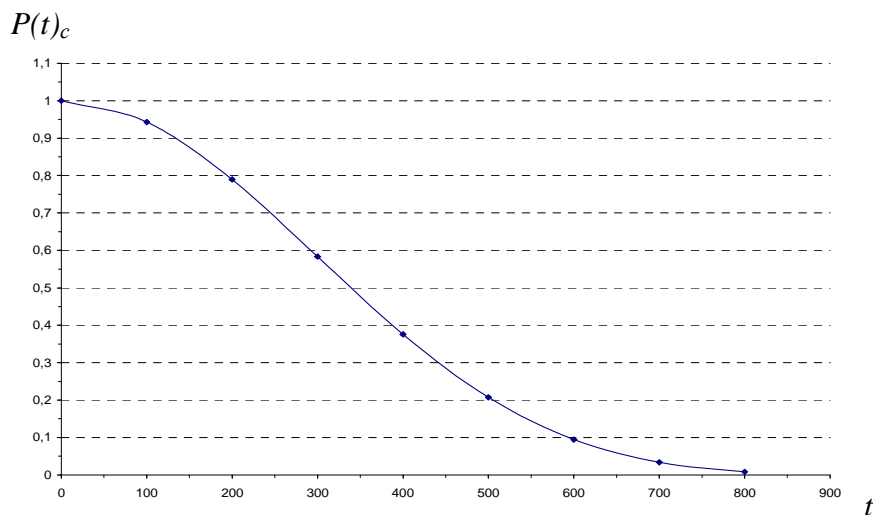


Рис. 1. Зависимость ВБР системы от времени эксплуатации

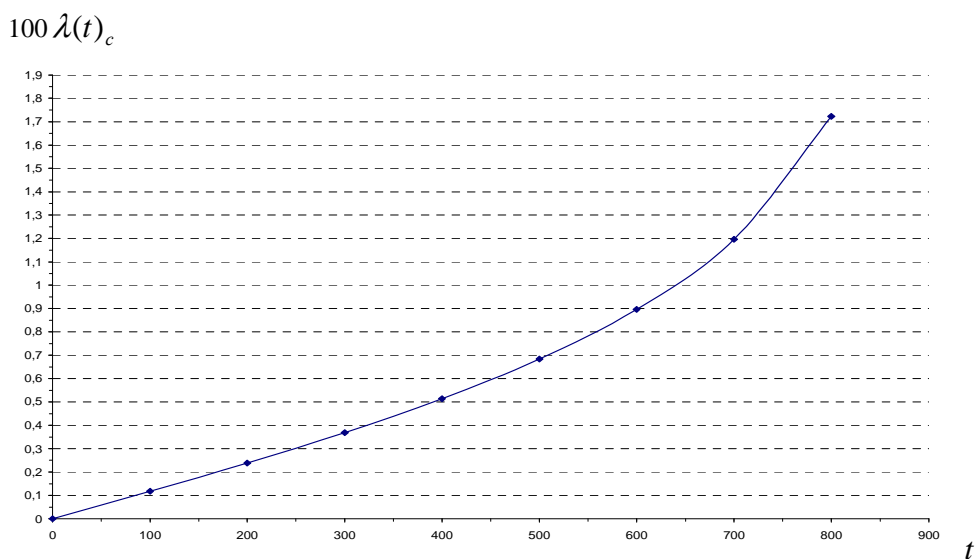


Рис. 2. Зависимость ИО системы от времени эксплуатации

Пример 2. Нарботка на отказ силового трансформатора $T = 7$ лет [2]. Необходимо определить зависимости ВБР и ИО системы из двух параллельно соединенных трансформаторов от времени

эксплуатации t . Результаты расчетов показателей надежности трансформатора по уравнениям (1) и системы по уравнениям (3) и (4) сведены в таблицу 2.

Таблица 2

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10,99
$P(t)$	1,00	0,99	0,96	0,91	0,84	0,76	0,65	0,54	0,41	0,28	0,14	0,00
$\lambda(t)$	0,00	0,02	0,04	0,07	0,09	0,12	0,16	0,22	0,31	0,49	1,00	179,40
$P(t)_c$	1,00	1,00	1,00	0,99	0,97	0,94	0,88	0,79	0,66	0,48	0,26	0,00
$\lambda(t)_c$	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,05	0,08	0,14	0,23	0,41	0,92	179,32

Как видно из таблицы и кривых, представленных на рис. 3 и 4, эффективность резервирования системы со временем эксплуатации снижается. Так, например, при времени $t = 3$ года интенсивность отказов дублированной системы в 7 раз ниже, чем интенсивность отказов одного трансформатора.

Соответственно, при $t = 4$ года - в 3 раза, а при $t = 7$ лет - только в 1,5 раза ниже и т.д. Поэтому для существенного повышения надежности дублированной системы с нагруженным резервом необходимо дополнительно периодически проводить проверки и замены отказавших элементов.

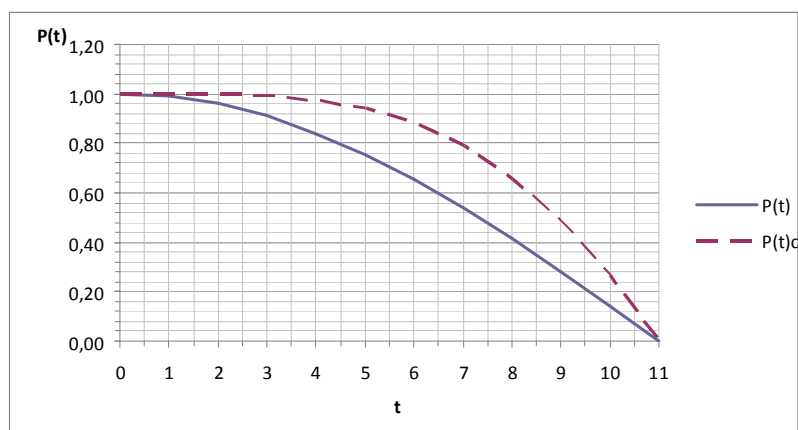


Рис. 3. Зависимость ВБР трансформатора и системы от времени эксплуатации

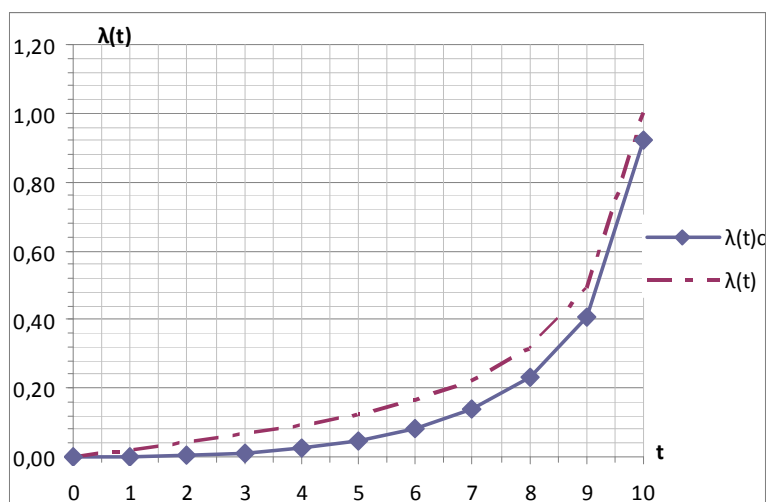


Рис. 4. Зависимость ИО трансформатора и системы от времени эксплуатации

Пример 3. Нарботка на отказ силового трансформатора $T = 7$ лет [2]. Необходимо определить зависимости показателей надежности от времени эксплуатации системы из двух трансформаторов с переключателем. Результаты расчетов ВБР и ИО системы при разных значениях P_{II} по формулам (6) и

(7) сведены в таблицы 3, 4 и 5. Зависимости ВБР системы от времени эксплуатации представлены на рис. 5, а ИО – на рис. 6. Зависимости ВБР системы при $t=T=7$ лет от изменения P_{II} представлены на рис. 7, а ИО – на рис. 8.

Таблица 3

ВБР системы

$P_{II} \backslash t$	0	2	4	6	7	8	10	12	14	16
0	1,0	0,959	0,841	0,654	0,540	0,414	0,141	-	-	-
0,2	1,0	0,967	0,872	0,719	0,624	0,518	0,283	0,030	-	-
0,4	1,0	0,975	0,902	0,784	0,708	0,622	0,424	0,196	-	-
0,6	1,0	0,983	0,933	0,848	0,792	0,726	0,565	0,366	0,129	-
0,8	1,0	0,996	0,964	0,913	0,876	0,830	0,707	0,536	0,311	0,035
1,0	1,0	0,999	0,995	0,978	0,961	0,934	0,848	0,705	0,493	0,207

Таблица 4

ИО системы

$P_{II} \backslash t$	0	2	4	6	7	8	10	12	14	16	17
0	0	0,042	0,092	0,165	0,222	0,313	0,998	-	-	-	-
0,2	0	0,0344	0,074	0,134	0,182	0,256	0,768	0,997	-	-	-
0,4	0	0,0253	0,057	0,104	0,143	0,203	0,589	0,781	-	-	-
0,6	0	0,0171	0,039	0,075	0,106	0,154	0,446	0,372	0,874	-	-
0,8	0	0,0088	0,022	0,047	0,070	0,107	0,329	0,220	0,451	0,842	-
1,0	0	0,0006	0,005	0,019	0,036	0,064	0,232	0,140	0,346	0,645	0,94

Таблица 5

ВБР и ИО системы при $t=T=7$ лет

P_{II}	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$P(t)_c$	0,54	0,624	0,71	0,79	0,877	0,96
$\lambda(t)_c$	0,22	0,18	0,14	0,106	0,07	0,036

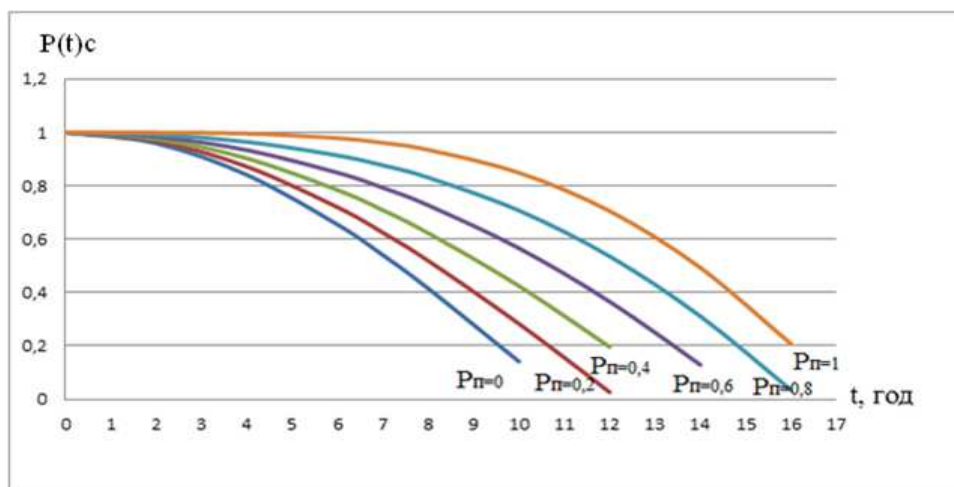


Рис. 5. Зависимости ВБР системы от времени эксплуатации

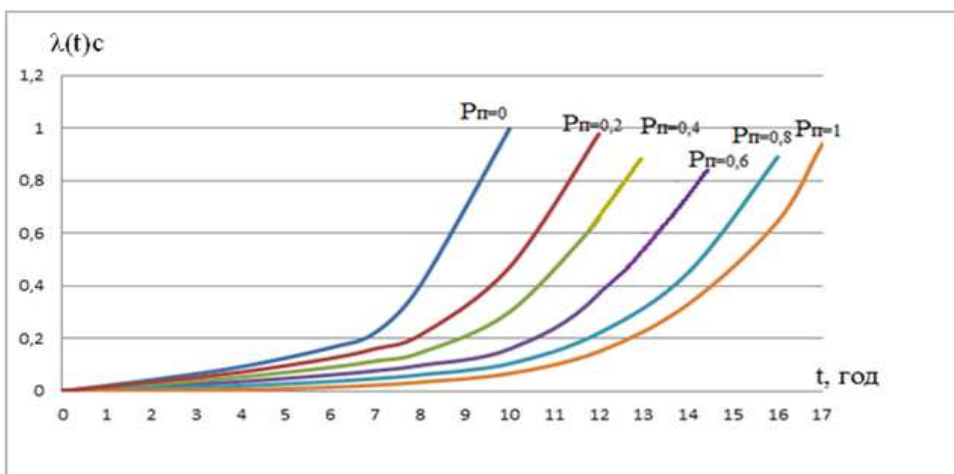
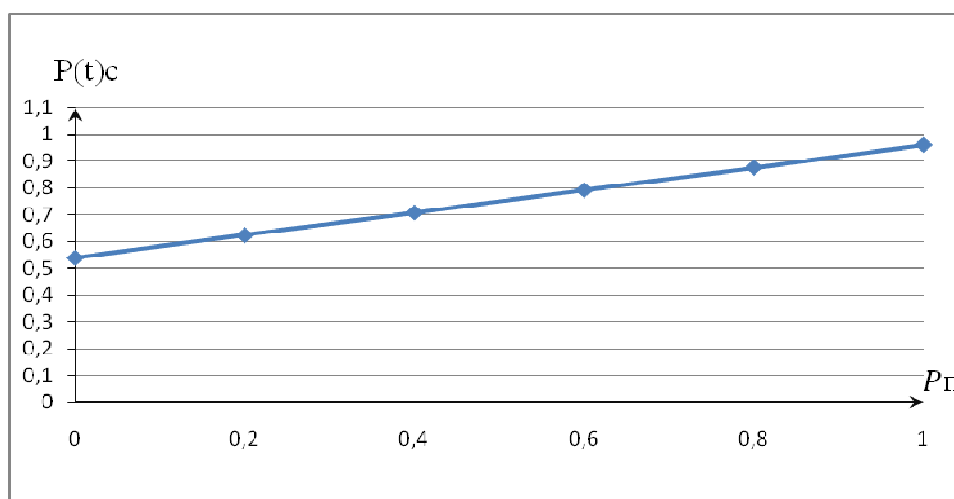
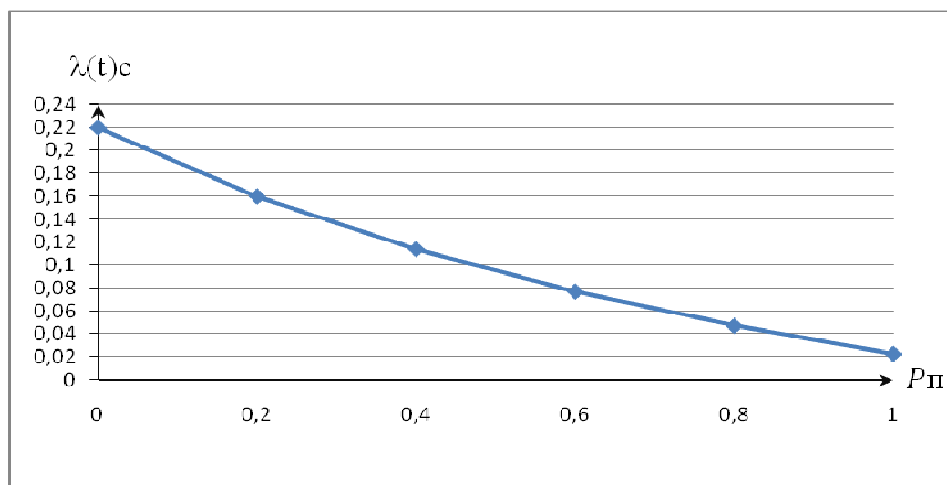


Рис. 6. Зависимости ИО системы от времени эксплуатации

Рис. 7. Зависимость ВБР системы от значений P_{Π}

Рис. 8. Зависимость ИО системы от значений P_{Π}

Как видно из результатов расчетов, представленных в табл. 3 и 4, и кривых, представленных на рис. 5 и 6, вероятность безотказной работы и интенсивность отказов системы существенным образом зависят от надежности работы переключателя.

Из выражения (6) и рис. 7 видно, что с ростом вероятности безотказной работы переключателя вероятность безотказной работы системы возрастает линейно. Из выражения (7) и рис. 8 видно, что с ростом вероятности безотказной работы переключателя интенсивность отказов системы снижается экспоненциально.

Заключение

Из полученных результатов следует, что предлагаемый метод, основанный на применении распределения косинуса, позволяет проводить расчеты показателей надежности систем при неопределенности исходных данных об отказах элементов стареющего типа.

Отметим, что при использовании распределения косинуса задача расчета показателей надежности систем для рассмотренных способов соединения элементов стареющего типа может быть решена в аналитическом виде.

Литература

1. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Шаманов В.И. Надежность систем железнодорожной автоматики, телемеханики и связи. – М.: Маршрут, 2003. – 263 с.
2. Ефимов А.В., Галкин А.Г. Надежность и диагностика систем электроснабжения.- М.: УМК МПС России, 2000.- 512 с.
3. Володарский В. А. О нетрадиционных распределениях для описания отказов технических

средств // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – 2014. - № 5. – С. 33-39.

4. Володарский В. А. Расчет показателей надежности системы при неизвестных законах распределения наработки ее элементов. // Надежность и контроль качества. – 1991.- № 9. - С. 11-17.

Volodarsky V.A. Calculation of system reliability parameters under gradual component failure. The calculation method of system reliability parameters using the distribution of cosine to describe gradual component failure in the conditions of uncertainty has been presented. The most typical ways of connecting elements in systems have been considered. They are: 1) serial; 2) a single constant redundancy when the main element and the redundant are in the same conditions (in the load conditions) and perform the same functions at the same time; 3) a single stand-by redundancy, when the failed main element is replaced by the redundant (being in unload conditions before) with the help of a switch, and which starts to perform the functions of the main element. The examples of system reliability calculation have been presented. It is noted, that using the distribution of cosine, the problem of calculating system reliability parameters for the considered ways of connecting aging type elements can be solved in analytical form.

Key words: the probability of non-failure work, failure rate, the distribution of cosine, element, system.

Рецензент д.т.н., профессор Плотников С.М. (Красноярский институт железнодорожного транспорта)

Поступила 14.01.2016 г.

Volodarsky Vladislav A., PhD, senior researcher, associate professor «Krasnoyarsk Institute of Railway Transport», Krasnoyarsk, Russia.