

ВОЛОДАРСКИЙ В. А., к.т.н., с. н. с., профессор (Красноярский институт железнодорожного транспорта, Россия)

## Об оптимизации периодичности технического содержания устройств

Для оптимизации периодичности технического содержания предложены обобщенная математическая модель, а также математические модели предупредительных замен и предупредительных капитальных ремонтов, отличающиеся учетом глубины восстановления ресурса технических устройств. В условиях неполноты исходных данных необходимо определять диапазон  $\underline{x}_0 \dots \overline{x}_0$  практически оптимальных значений периодичности предупредительных замен и ремонтов технических устройств. При периодичности  $\overline{x}_0$  полнее используется ресурс технических устройств, но значительно снижается вероятность их безотказной работы. При периодичности  $\underline{x}_0$  за счёт недоиспользования ресурса обеспечивается более высокий уровень безотказной работы технических устройств. Диапазон практически оптимальных значений периодичности может быть использован для решения задач объединения сроков ремонта последовательно соединенных технических устройств и корректировки запланированных сроков в зависимости от возникающих в процессе эксплуатации ограничений и помех. При выборе стратегии технического содержания устройств рекомендовано использовать граничные кривые, характеризующие достижение одинаковых оптимальных значений удельных эксплуатационных затрат.

**Ключевые слова:** ресурс, глубина восстановления, ремонт, замена, математическая модель, периодичность, оптимизация.

### Постановка проблемы

Одним из основных методов обеспечения надежности на этапе эксплуатации устройств является рациональная система их технического содержания. Хотя решению этой актуальной многогранной научной проблемы посвящены ряд монографий и многочисленные статьи, однако она далека от завершения.

Под техническим содержанием будем понимать совокупность мероприятий, направленных на поддержание и восстановление работоспособности устройств и на восстановление их ресурса в процессе эксплуатации. В [1] приведена подробная классификация стратегий содержания технических устройств (ТУ) в зависимости от значений следующих параметров:

$q$  – вероятность ресурсных отказов, для устранения которых необходимо проведение капитального ремонта или замены ТУ;

$a$  – глубина восстановления ресурса, оцениваемая «возрастом» ТУ, определяемым разностью между доремонтным и межремонтным ресурсом.

В соответствии с этим все отказы ТУ делятся на две группы: 1) отказы работоспособности, которые устраняются в порядке проведения технического обслуживания (ТО) или текущего ремонта (ТР); 2) ресурсные отказы, устраняемые проведением капитального ремонта (КР) или замены ТУ.

**Цель статьи** – исследования математических моделей оптимизации для выбора стратегии технического содержания устройств.

### Математические модели оптимизации

В общем случае технические устройства обслуживаются следующим образом. Если ресурсных отказов не было, а отказы работоспособности устранялись в порядке проведения ТО или ТР, то в конце периода проводится плановый КР, обновляющий ТУ до «возраста»  $a$ . Если произошёл ресурсный отказ, устраняемый неплановым КР, обновляющим ТУ до «возраста»  $a$ , то очередной плановый КР переносится (срок отсчитывается от непланового ремонта). После проведения нескольких КР производится плановая замена ТУ.

При разработке математических моделей оптимизации периодичности технического содержания необходимо учитывать, что интенсивность отказов  $\lambda(x)$  ТУ изменяется в общем случае, как показано на рис. 1,

где  $x$  – время эксплуатации в единицах ресурса. Отказы работоспособности, вероятность которых  $\bar{q} = 1 - q$ , устраняются в порядке ТО или ТР. Эту операцию в терминах теории надежности [2] назовем минимальным аварийным ремонтом (МАР). При проведении МАР интенсивность отказов не изменяется (см. рис. 1). Ресурсные отказы с вероятностью  $q$  устраняются аварийным ремонтом (АР) с глубиной восстановления ресурса  $\alpha$ . С

оптимальной периодичностью  $x_0$  проводятся предупредительные ремонты (ПР) с глубиной восстановления ресурса  $\alpha$ . После проведения АР и ПР интенсивность отказов снижается до  $\lambda(\alpha)$  (см. рис.1). С периодичностью  $x_p$  проводится предупредительная замена (ПЗ), снижающая интенсивность отказов до нуля (см. рис. 1).

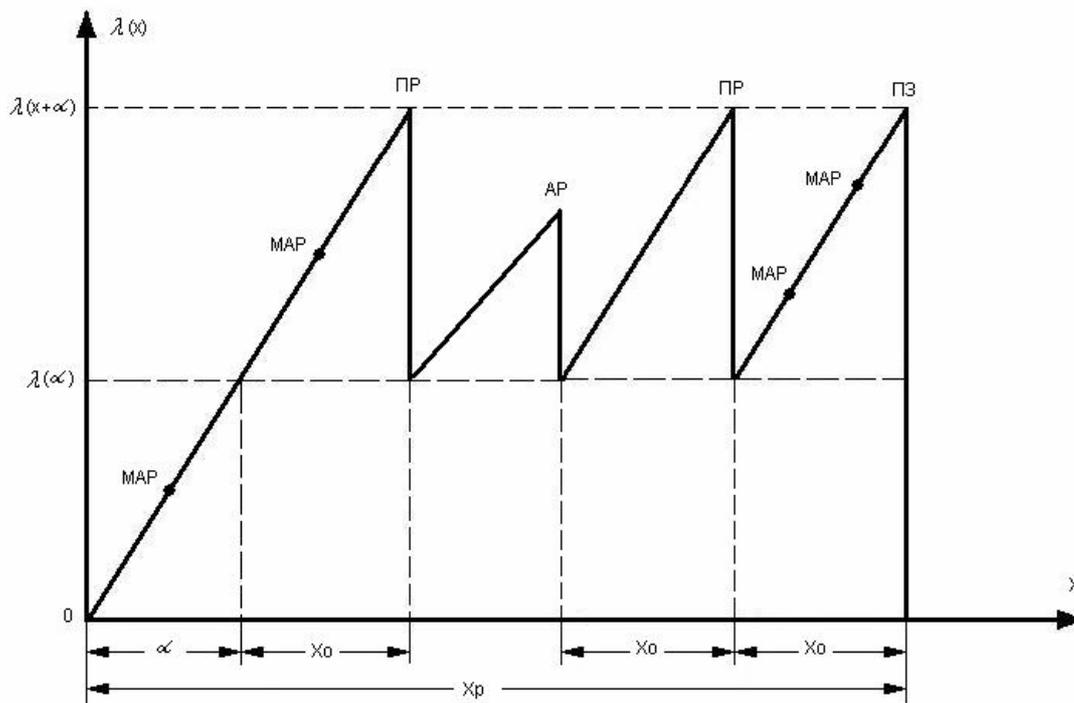


Рис. 1. Изменение интенсивности отказов при техническом содержании ТУ

Обобщенная математическая модель оптимизации периодичности технического содержания ТУ может быть представлена в виде удельных эксплуатационных затрат [3]:

$$Y(x) = \frac{[q\beta + (1-q)\varepsilon][P(\alpha)]^q - [q(\beta - \gamma_1) + (1-q)\varepsilon][P(x+\alpha)]^q}{q \int_0^x [(P(u+\alpha)]^q du}, \quad (1)$$

где  $Y(x)$  – относительные удельные эксплуатационные затраты;

$\beta$  – коэффициент стоимости аварийного ремонта;

$\gamma_1$  – коэффициент стоимости предупредительного ремонта;

$\varepsilon$  – коэффициент стоимости минимального аварийного ремонта;

$P$  – вероятность безотказной работы.

Оптимальное значение относительных удельных эксплуатационных затрат  $Y_0$  при оптимальной периодичности  $x_0$  определяется из условия  $\frac{\partial Y}{\partial x} = 0$  как

$$Y_0 = [q(\beta - \gamma_1) + (1-q)\varepsilon]\lambda(x_0 + \alpha), \quad (2)$$

где  $\lambda(x_0 + \alpha)$  – интенсивность отказов ТУ при периодичности  $x_0$  и глубине восстановления ресурса  $\alpha$ .

Рассмотрим два частных случая математической модели (1).

1. При  $q = 1$  и  $\alpha = 0$  (в случае отказа или в плановом порядке происходит замена ТУ на новое оборудование, полностью восстанавливающее его

первоначальный ресурс, когда  $\beta = 1$ ;  $\gamma > \gamma_1$ , где  $\gamma$  – коэффициент стоимости предупредительной замены), получим математическую модель вида

$$Y_1 = \frac{1 - (1 - \gamma)P(x)}{\int_0^x P(u)du}, \quad (3)$$

которая известна как модель предупредительных замен по наработке [2].

2. При  $q = 1$  и  $\alpha > 0$  (в случае отказа или в плановом порядке производится ПР с глубиной восстановления ресурса  $\alpha$ ) получим математическую модель оптимизации периодичности предупредительных капитальных ремонтов ТУ по наработке вида [3]

$$Y_2 = \frac{\beta P(\alpha) - (\beta - \gamma_1)P(x + \alpha)}{\int_0^x P(u + \alpha)du}. \quad (4)$$

#### Алгоритм исследований

Поскольку необходимая исходная информация о параметрах математической модели  $q$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_1$ ,  $\varepsilon$  и о функциях распределения вероятности безотказной работы, как правило, является неполной (неоднозначной), в соответствии с [4] методом золотого сечения вычисляются не только  $x_0$  и  $Y_0$ , но и при заданном коэффициенте точности определения относительных удельных эксплуатационных затрат  $K$  нижнее  $\underline{x}_0$  и верхнее  $\overline{x}_0$  значения диапазона практически оптимальных периодичностей (рис. 2). Стандартный метод золотого сечения предназначен для вычисления только  $x_0$  и  $Y_0$ . Поэтому алгоритм решения поставленной задачи модернизированным методом золотого сечения состоит из следующих основных этапов:

- 1) по функции  $f_1 = Y(x)$  на интервале  $[0 - D]$  вычисляются значения  $x_0$  и  $Y_0$  (см. рис. 2);
- 2) определяется  $Y(x_0)$  и проверяется выполнение условия  $|Y(x_0) - Y_0| Y_0^{-1} \leq \delta$ ; где  $\delta$  - заданная погрешность вычисления по сравнению с теоретически оптимальным значением периодичности;
- 3) с учетом заданной точности определения относительных удельных эксплуатационных затрат  $K$  вычисляется значение  $Y_K = KY_0$  и определяется новая функция вида  $f_2 = |(Y(x) - Y_K)|$  (см. рис. 2);
- 4) по функции  $f_2$  на интервале  $[0 - x_0]$  вычисляется значение  $\underline{x}_0$ ;
- 5) по функции  $f_2$  на интервале  $[x_0 - D]$  вычисляется значение  $\overline{x}_0$ .

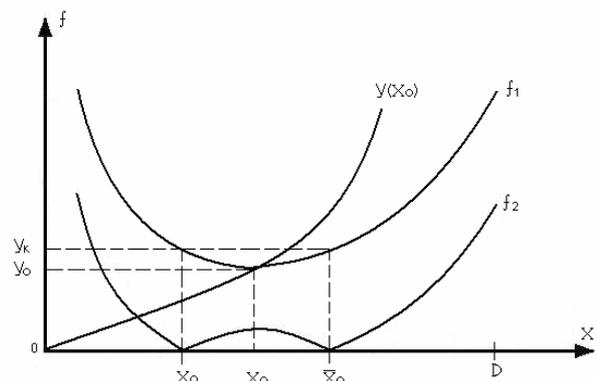


Рис. 2. Графики целевых функций для вычисления  $X_0$ ,  $\overline{X}_0$ ,  $\underline{X}_0$  модернизированным методом золотого сечения

#### Исследования математических моделей

На выбор стратегии технического содержания устройств существенное влияние оказывает эффективность оптимизации на базе применяемых математических моделей. Предпочтение той или иной стратегии можно установить непосредственно сравнением значений  $Y_0$  и  $x_0$ , характеризующих качество технического содержания ТУ. Для примера проведем сравнение оптимальных значений удельных эксплуатационных затрат при оптимизации периодичности предупредительных замен на базе использования математической модели (3) и оптимизации периодичности предупредительных капитальных ремонтов на базе использования математической модели (4). В этом случае, учитывая выражение (2), можно утверждать, что предупредительные замены эффективнее предупредительных капитальных ремонтов при выполнении условия

$$\frac{Y_{01}}{Y_{02}} = \frac{(1 - \gamma)\lambda(X_{01})}{(\beta - \gamma_1)\lambda(X_{02} + \alpha)} \leq 1, \quad (5)$$

где  $x_{01}$ ,  $Y_{01}$ ,  $x_{02}$ ,  $Y_{02}$  – оптимальные значения периодичности и относительных удельных эксплуатационных затрат, соответственно, при заменах по наработке и при капитальных ремонтах по наработке.

По результатам математического моделирования на ЭВМ с использованием вышеописанного алгоритма решения задачи, определены зависимости между параметрами рассматриваемых моделей при разных законах распределения вероятности безотказной работы ТУ. На рис. 3 в качестве примера приведены такие зависимости в виде граничных кривых,

удовлетворяющих уравнению (5), при  $\beta = 0,8$  и  $\gamma = 0,1$  для распределения Вейбулла с коэффициентом формы  $b = 3,9$  (кривая 1) и  $b = 2,1$  (кривая 2). Ниже этих кривых более эффективен капитальный ремонт, а выше – предупредительная замена ТУ. Как видно из рис. 3, эффективность проведения КР снижается при уменьшении глубины восстановления ресурса (возрастании параметра  $\alpha$ ) и увеличении соотношения стоимости капитального ремонта и предупредительной замены ТУ  $\gamma_1/\gamma$ . При этом чем больше коэффициент формы распределения Вейбулла (чем меньше коэффициент вариации), то есть чем более чётко выражены процессы износа и старения ТУ, тем при меньшем значении глубины восстановления ресурса предпочтителен капитальный

ремонт ТУ. Например, для  $b = 2,1$  ( $V = 0,5$ ) при соотношении стоимости  $\gamma_1/\gamma = 0,2$  КР эффективнее, чем замена ТУ при  $\alpha \leq 0,25$ , а для  $b = 3,9$  ( $V=0,3$ ) – при  $\alpha \leq 0,36$  (см. пунктирные линии на рис. 3).

Рассмотрим, каким образом изменяются диапазоны оптимальных значений периодичности предупредительных замен или КР и соответствующие им значения вероятности безотказной работы ТУ. Для примера в таблице приведены значения  $x_0$ , а также  $\underline{x}_0$  и  $\overline{x}_0$ , вычисленные при  $K = 1,05$  и параметрах математических моделей (3) и (4), соответствующих точке D с координатами  $\gamma_1/\gamma = 0,2$  и  $\alpha = 0,25$  (см. рис. 3).

Таблица

Математическая модель	$\underline{x}_0$	$x_0$	$\overline{x}_0$	$P(\underline{x}_0)$	$P(x_0)$	$P(\overline{x}_0)$
(3) при $\gamma = 0,1$	0,28	0,38	0,52	0,948	0,903	0,821
(4) при $\gamma_1 = 0,02$ ; $\beta = 0,8$ ; $\alpha = 0,25$	0,11	0,18	0,29	0,952	0,914	0,843

Как видно из таблицы, для обеспечения одинаковых значений оптимальных удельных эксплуатационных затрат капитальный ремонт должен осуществляться в 2,1 раза чаще, чем замена ТУ. Отметим, что при проведении предупредительных замен или КР с периодичностью  $\overline{x}_0$  наиболее полно используется ресурс ТУ, но при этом значительно снижается вероятность его безотказной работы. При проведении предупредительных замен или КР с периодичностью  $\underline{x}_0$  за счёт недоиспользования ресурса обеспечивается более высокий уровень безотказной работы ТУ. Удельные эксплуатационные затраты в обоих случаях возрастают не более чем на 5 % от их экономически оптимального значения. Диапазон практически оптимальных значений периодичности  $\underline{x}_0 \dots \overline{x}_0$  может быть использован для решения задач объединения сроков ремонта последовательно соединенных ТУ и корректировки запланированных сроков в зависимости от возникающих в процессе эксплуатации технических устройств ограничений и помех.

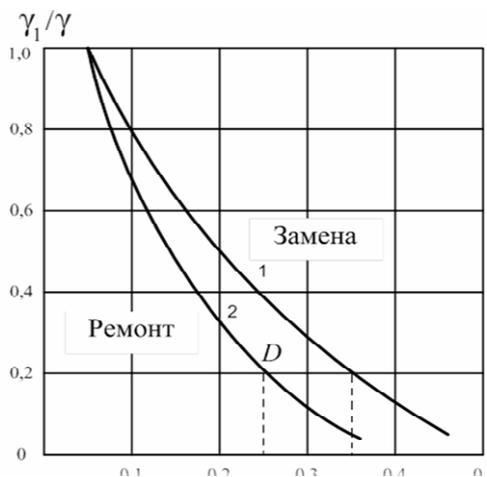


Рис. 3. Граничные кривые зависимости соотношения стоимостей предупредительных КР и замен от глубины восстановления ресурса ТУ

**Выводы**

1. При выборе стратегии технического содержания устройств целесообразно использовать граничные кривые, характеризующие достижение одинаковых оптимальных значений удельных эксплуатационных затрат при разной глубине восстановления ресурса технических устройств.
2. В условиях неполноты исходных данных необходимо определять диапазон  $\underline{x}_0 \dots \overline{x}_0$  практически

оптимальных значений периодичности предупредительных замен и ремонтов технических устройств. При периодичности  $\bar{x}_0$  полностью используется ресурс технических устройств, но значительно снижается вероятность их безотказной работы. При периодичности  $x_0$  за счёт недоиспользования ресурса обеспечивается более высокий уровень безотказной работы технических устройств.

3. Диапазон практически оптимальных значений периодичности может быть использован для решения задач объединения сроков ремонта последовательно соединенных технических устройств и корректировки запланированных сроков в зависимости от возникающих в процессе эксплуатации ограничений и помех.

#### Список использованных источников

1. Володарский, В. А. О восстановлении ресурса и стратегиях технического содержания устройств [Текст] / В. А. Володарский, А. И. Орленко // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – 2015. – № 3. – С. 73–77.
2. Барлоу, Р. Математическая теория надёжности [Текст] / Р. Барлоу, Ф. Прошан. – М.: Советское радио, 1969. – 488 с.
3. Володарский, В. А. К вопросу оптимизации предупредительных замен и ремонтов технических устройств [Текст] / В. А. Володарский // Надежность. – 2011. – № 2. – С. 49–59.
4. Володарский, В. А. Исследование экономической устойчивости моделей предупредительных замен [Текст] / В. А. Володарский // Надежность. – 2012. – № 1. – С. 36–43.

**Volodarsky V. A. On optimization of the periodicity of maintenance of devices.** To optimize the frequency of maintenance of the proposed generalized mathematical model, and mathematical model of preventive replacements and preventive overhauls, different given the extent of resource recovery and technical devices. In conditions of incompleteness of the source data, the range must be defined  $x_0 \dots \bar{x}_0$  practically optimal values of the

periodicity of preventive replacements and repairs of technical devices. At frequency  $\bar{x}_0$  the resource of technical devices is used more fully, but the probability of its trouble-free operation is significantly reduced. When the frequency  $x_0$  due to the underutilization of the resource provides a higher level of trouble-free operation of technical devices. The range of practically optimal periodicity values can be used to solve the problems of combining the terms of repair of connected technical devices in series and adjusting the planned terms depending on the restrictions and noise arising in the process of operation. When choosing a strategy for the technical content of the devices, it is recommended to use the boundary curves characterizing the achievement of the same optimal values of specific operating costs.

**Key words:** resource, recovery depth, repair, replacement, mathematical model, frequency, optimization.

*Надійшла 03.09.2018 р.*

*Volodarsky V. A., PhD, senior researcher, associate Professor, Institute of Railway Transport, Krasnoyarsk, Russia. E-mail: [volodarsky.vladislav@yandex.ru](mailto:volodarsky.vladislav@yandex.ru)*