

СЕЛЕЦЬКИЙ В. С., к.т.н., провідний інженер ВП «Львівське відділення» філії «ГІОЦ» АТ «Укрзалізниця»

Розширення мереж Петрі і комплексні числа

Для моделювання технологічних процесів різних інформаційних і транспортних систем, у тому числі і систем залізничного транспорту, у статті удосконалено вихідну предикатну позицію l -го рівня (передумовна комплексна позиція l -го рівня), розроблено вхідну предикатну позицію l -го рівня (післяумовна комплексна позиція l -го рівня), реалізовано механізм роботи передумовної комплексної позиції l -го рівня і післяумовної комплексної позиції l -го рівня, описано динаміку функціонування передумовної комплексної позиції l -го рівня і післяумовної комплексної позиції l -го рівня. На прикладах обґрунтовано мету застосування введених передумовної і післяумовної комплексних позицій l -го рівня.

Ключові слова: модель, розширена мережа Петрі, вихідна предикатна позиція l -го рівня, вхідна предикатна позиція l -го рівня, передумовна комплексна позиція l -го рівня, післяумовна комплексна позиція l -го рівня.

Постановка проблеми

Для моделювання технологічних процесів різних інформаційних і транспортних систем, у тому числі і систем залізничного транспорту були розглянуті нововведення мереж Петрі [1-5]. У статті [1] були введені нові популяції: *вид дуги* – інгібіторна дуга n -го порядку; *види позицій*: позиція n -го рівня, позиція з фіксованим часом затримання фішок, позиція n -го рівня з фіксованим часом затримання фішок; проста предикатна позиція; предикатна позиція n -го рівня. У статті [2] розроблено предикатний перехід і наведено приклади моделей його застосування. У статті [3] – елементи розширеної мережі Петрі: інгібіторна дуга n -го порядку; позиція n -го рівня, позиція з фіксованим часом затримання фішок, позиція n -го рівня з фіксованим часом затримання фішок, проста предикатна позиція, предикатна позиція n -го рівня і предикатний перехід описані математичною мовою і відображені за допомогою графічних інтерпретацій і на наведених прикладах обґрунтовано цінність використання елементів розширеної мережі Петрі для побудови моделей, які описують складні технологічні процеси різних інформаційних і транспортних систем, а в статті [5] введено предикатну узагальнену позицію і предикатну узагальнену позицію n -го рівня та на конкретному прикладі відображено залежність компонентів функції маркування для розширеної підмережі з вихідною предикатною узагальненою позицією k -го рівня і вхідними елементарними позиціями, у статті [6] проведено розширення можливостей комплексної позиції виду $n - im$ (вихідна предикатна позиція), розроблено комплексну позицію виду $n + im$ (вхідна предикатна позиція) і реалізовано механізм роботи комплексних позицій видів $n - im$ і $n + im$.

Технологічні процеси по своїй природі є динамічними. Тому побудовану модель технологічних процесів з використанням розширених мереж Петрі будемо описувати за допомогою динамічних таблиць [1].

Постановка задачі

Головна мета статті – удосконалити вихідну предикатну позицію l -го рівня (передумовна комплексна позиція l -го рівня), розробити вхідну предикатну позицію l -го рівня (післяумовна комплексна позиція l -го рівня), реалізувати механізм роботи передумовної комплексної позиції l -го рівня і післяумовної комплексної позиції l -го рівня, описати динаміку функціонування передумовної комплексної позиції l -го рівня і післяумовної комплексної позиції l -го рівня. На прикладах обґрунтувати мету застосування введених передумовної і післяумовної комплексних позицій l -го рівня.

Вирішення проблеми

Передумовна позиція l -го рівня

Визначення 1: передумовна комплексна позиція l -го рівня (вихідна предикатна позиція l -го рівня) – це позиція l -го рівня, у якій (рис. 1): перший рівень задається числом $n_1 - im_1$, другий рівень задається числом $n_2 - im_2, \dots$, l рівень задається числом $n_l - im_l$.

Вихідна предикатна позиція l -го рівня (рис. 1) вирішує конфліктну ситуацію спрацювання k переходів, які виходять з даної позиції, і демонструє позицію з l рівнів, у якій задана послідовність впорядкованих чисел $n_1 - im_1, n_2 - im_2, \dots, n_l - im_l$, відповідно вказує на n_i перехід, де $1 \leq n_i \leq l$, який має спрацювати, і на m_i фішок, де $m_i \geq 1$, які слід вилучити з позиції для $1 \leq i \leq k$.

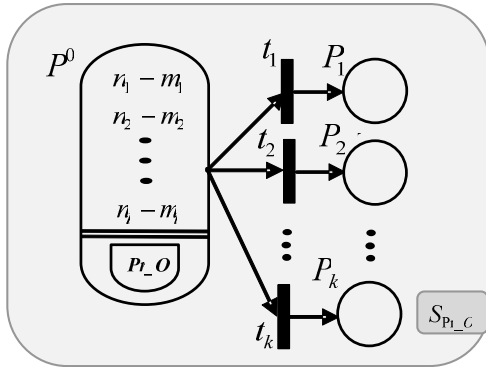


Рис. 1. Підмережа S_{Pr-O} з передумовною комплексною позицією l -го рівня

Нехай у підмережі вихідна предикатна позиція l -го рівня P^0 має початкове маркування $m(P^0) = (m_1, m_2, \dots, m_l)$, а позиції P'_j для $1 \leq j \leq k$ мають початкове маркування $m(P'_j)$ для $1 \leq j \leq k$. У результаті запуску послідовності переходів $t'_n, t'_{n_2}, \dots, t'_n$ маркування підмережі M будуть відповідно змінюватися на нові маркування $M', M'', \dots, M^{(l)}$.

При спрацюванні переходу t'_n ($\exists t'_k \in T, 1 \leq k_1 \leq k \wedge (k_1 = n_1)$), і нове маркування позиції P^0 буде визначатися формулою $m'(P^0) = (0, m_2, \dots, m_l)$, нові маркування позицій P'_{j_1} для $1 \leq j_1 \leq k_1 - 1$ будуть визначатися формулою $m'(P'_{j_1}) = m(P'_{j_1})$, для $1 \leq j_1 \leq k_1 - 1$ нове маркування позиції P'_{k_1} буде визначатися формулою $m'(P'_{k_1}) = m(P'_{k_1}) + m_1$, нові маркування позицій P'_{j_2} для $k_1 + 1 \leq j_2 \leq k$ будуть визначатися формулою $m'(P'_{j_2}) = m(P'_{j_2})$ для $k_1 + 1 \leq j_2 \leq k$.

$$\begin{aligned}
 & (\exists t'_k \in T, 1 \leq k_1 \leq k \wedge (k_1 = n_1)) \Rightarrow (m'(P^0) = (0, m_2, \dots, m_l)) \wedge (m'(P'_{j_1}) = (m(P'_{j_1}), 1 \leq j_1 \leq k_1 - 1) \wedge (m'(P'_{k_1}) = \\
 & m(P'_{k_1}) + m_1) \wedge (m'(P'_{j_2}) = m(P'_{j_2}), k_1 + 1 \leq j_2 \leq k), (\exists t'_k \in T, 1 \leq k_2 \leq k \wedge (k_2 = n_2)) \Rightarrow (m''(P^0) = (0, 0, m_3, \dots, m_l)) \wedge \\
 & (m''(P'_{j_1}) = m'(P'_{j_1}), 1 \leq j_1 \leq k_2 - 1) \wedge (m''(P'_{k_2}) = m'(P'_{k_2}) + m_2) \wedge (m''(P'_{j_2}) = m'(P'_{j_2}), k_2 + 1 \leq j_2 \leq k), \dots, \\
 & (\exists t'_k \in T, 1 \leq k_l \leq k \wedge (k_l = n_l)) \Rightarrow (m^{(l)}(P^0) = (0, 0, \dots, 0)) \wedge (m^{(l)}(P'_{j_1}) = m^{(l-1)}(P'_{j_1}), 1 \leq j_1 \leq k_l - 1) \wedge (m^{(l)}(P'_{k_l}) = \\
 & m^{(l-1)}(P'_{k_l}) + m_l) \wedge (m^{(l)}(P'_{j_2}) = m^{(l-1)}(P'_{j_2}), k_l + 1 \leq j_2 \leq k).
 \end{aligned}$$

При спрацюванні переходу t'_{n_2} ($\exists t'_k \in T, 1 \leq k_2 \leq k \wedge (k_2 = n_2)$), і нове маркування позиції P^0 буде визначатися формулою $m''(P^0) = (0, 0, m_3, \dots, m_l)$, нові маркування позицій P'_{j_1} для $1 \leq j_1 \leq k_2 - 1$ будуть визначатися формулою $m''(P'_{j_1}) = m'(P'_{j_1})$ для $1 \leq j_1 \leq k_2 - 1$, нове маркування позиції P'_{k_2} буде визначатися формулою $m''(P'_{k_2}) = m'(P'_{k_2}) + m_2$, нові маркування позицій P'_{j_2} для $k_2 + 1 \leq j_2 \leq k$ будуть визначатися формулою $m''(P'_{j_2}) = m'(P'_{j_2})$ для $k_2 + 1 \leq j_2 \leq k$ і т. д.

При спрацюванні переходу t'_n ($\exists t'_k \in T, 1 \leq k_l \leq k \wedge (k_l = n_l)$), і нове маркування позиції P^0 буде визначатися формулою $m^{(l)}(P^0) = (0, 0, \dots, 0)$, нові маркування позицій P'_{j_1} для $1 \leq j_1 \leq k_l - 1$ будуть визначатися формулою $m^{(l)}(P'_{j_1}) = m^{(l-1)}(P'_{j_1})$ для $1 \leq j_1 \leq k_l - 1$, нове маркування позиції P'_{k_l} буде визначатися формулою $m^{(l)}(P'_{k_l}) = m^{(l-1)}(P'_{k_l}) + m_l$, нові маркування позицій P'_{j_2} для $k_l + 1 \leq j_2 \leq k$ будуть визначатися формулою $m^{(l)}(P'_{j_2}) = m^{(l-1)}(P'_{j_2})$ для $k_l + 1 \leq j_2 \leq k$.

Інакше, послідовність переходів $t'_n, t'_{n_2}, \dots, t'_n$ запуситься (рис. 2):

Зуваження 1: величини k і l – довільні, де l – кількість рівнів предикатної позиції, а k – кількість переходів, які виходять з предикатної позиції.

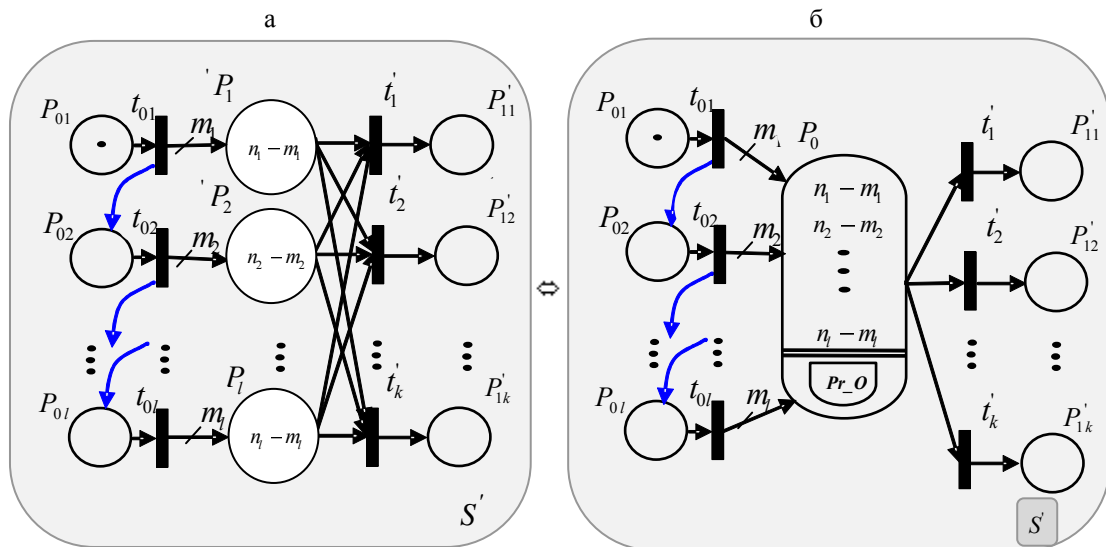


Рис. 2. Модель на базі підмережі S'_{Pr_0}

Модель S' , описана за допомогою розширеної мережі Петрі, задається матрицями

$$P^T = \begin{bmatrix} 01 & 02 & \dots & 0l & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 01 & 02 & \dots & 0l & 1 & 2 & \dots & k \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

$$T^T = \begin{bmatrix} 01 & 01 & 02 & 02 & \dots & 0l-1 & 0l & 1 & 2 & \dots & k \\ 0 & 02 & 0 & 03 & \dots & 0 & 0 & 11 & 12 & \dots & 1k \\ m_1 & -1 & m_2 & -1 & \dots & -1 & m_l & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

і початковими маркуваннями $m(P_{01}) = 1$, $m(P_{02}) = 0, \dots, m(P_{0l}) = 0$, $m(P_i) = n_i - im_i$, де $1 \leq i \leq l$, $m(P'_{1j}) = 0$, де $1 \leq j \leq k$.

Застосування розробленої моделі S' розглянуто на прикладі 1 для конкретних даних.

Приклад 1. Склад поїзда на сортувальній гірці поступає в розформування. Поїзд містить три відчепи. Інакше, $m(P_{01}) = 1$, $m(P_{02}) = 0$, $m(P_{03}) = 0$, $m(P_1) = 2 - i32$, $m(P_2) = 1 - i5$, $m(P_3) = 3 - i18$, $m(P'_{1j}) = 0$, де $1 \leq j \leq 3$. Динаміка технологічних процесів роботи моделі S' відображена в табл. 1. Загалом переходи $T_i \in T$ імітують переходи t_{0i} і переходи t'_i , де $1 \leq i \leq 3$.

Таблиця 1

Динамічна таблиця технологічних процесів роботи моделі S'

Номер такту	У.о.ч	T_i	P_{01}	P_{02}	P_{03}	P_1	P_2	P_3	P'_{11}	P'_{12}	P'_{13}	Зуваження
1	0	t_{01}	0	1	0	2/32	1/5	3/18	0	0	0	Дозвіл на 1-ше відчеплення
2	0	t'_2	0	1	0	0	1/5	3/18	0	32	0	Виконано 1-ше відчеплення
3	1	t_{02}	0	0	1	0	1/5	3/18	5	32	0	Дозвіл на 2-ге відчеплення
4	1	t'_1	0	0	1	0	0	3/18	5	32	0	Виконано 2-ге відчеплення
5	2	t_{03}	0	0	0	0	0	3/18	5	32	0	Дозвіл на 3-тє відчеплення
6	2	t'_3	0	0	0	0	0	0	32	32	18	Виконано 3-тє відчеплення

Післяумовна позиція l -го рівня

Визначення 2: післяумовна комплексна позиція l -го рівня (вхідна предикатна позиція l -го рівня) – це позиція l -го рівня, у якій (рис. 3) перший рівень задається числом: $n_1 + im_1$, другий рівень задається числом $n_2 + im_2$, ..., l -й рівень задається числом $n_l + im_l$.

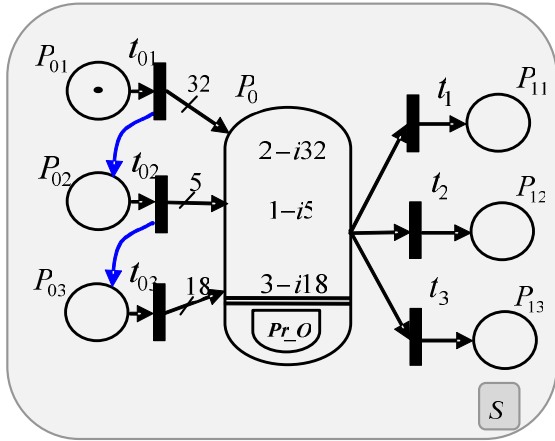


Рис. 3. Модель розформування складу поїзда на сортувальній гірці

Вхідна предикатна позиція l -го рівня (рис. 3) вирішує конфліктну ситуацію спрацювання k переходів, які виходять з даної позиції, і демонструє позицію з l рівнів, у якій задана послідовність впорядкованих чисел $n_1 + im_1, n_2 + im_2, \dots, n_l + im_l$, відповідно вказує на n_i перехід, де $1 \leq n_i \leq l$, який має спрацювати, і на m_i фішок, де $m_i \geq 1$, які слід вилучити з позиції для $1 \leq i \leq k$.

Нехай у підмережі предикатна позиція l -го рівня має початкове маркування $m(P^0) = (m_1, m_2, \dots, m_l)$, а позиції P_j для $1 \leq j \leq k$ мають початкове маркування $m(P_j)$ для $1 \leq j \leq k$. У результаті запуску послідовності переходів $t_{n_1}, t_{n_2}, \dots, t_{n_l}$ маркування підмережі M будуть відповідно змінюватися на нові маркування $M', M'', \dots, M^{(l)}$.

При спрацюванні переходу t_{n_i} ($\exists t_{k_i} \in T, 1 \leq k_i \leq k \wedge (k_i = n_i)$), і нове маркування позиції P^0 буде визначатися формулою $m'(P^0) = (0, m_2, \dots, m_l)$, нові маркування позицій P_j для $1 \leq j \leq k_1 - 1$ будуть визначатися формулою

$m'(P_{j_1}) = m(P_{j_1})$ для $1 \leq j_1 \leq k_1 - 1$, нове маркування позиції P_{k_1} буде визначатися формулою $m'(P_{k_1}) = m(P_{k_1}) - m_1$, де $m(P_{k_1}) \geq m_1$, нові маркування позицій P_{j_2} для $k_1 + 1 \leq j_2 \leq k$ будуть визначатися формулою $m'(P_{j_2}) = m(P_{j_2})$ для $k_1 + 1 \leq j_2 \leq k$.

При спрацюванні переходу t_{n_2} ($\exists t_{k_2} \in T, 1 \leq k_2 \leq k \wedge (k_2 = n_2)$), і нове маркування позиції P^0 буде визначатися формулою $m''(P^0) = (0, 0, m_3, \dots, m_l)$, нові маркування позицій P_{j_1} для $1 \leq j_1 \leq k_2 - 1$ будуть визначатися формулою $m''(P_{j_1}) = m'(P_{j_1})$ для $1 \leq j_1 \leq k_2 - 1$, нове маркування позиції P_{k_2} буде визначатися формулою $m''(P_{k_2}) = m'(P_{k_2}) - m_2$, де $m'(P_{k_2}) \geq m_2$, нові маркування позицій P_{j_2} для $k_2 + 1 \leq j_2 \leq k$ будуть визначатися формулою $m''(P_{j_2}) = m'(P_{j_2})$, для $k_2 + 1 \leq j_2 \leq k$ і т. д.

При спрацюванні переходу t_{n_l} ($\exists t_{k_l} \in T, 1 \leq k_l \leq k \wedge (k_l = n_l)$), і нове маркування позиції P^0 буде визначатися формулою $m^{(l)}(P^0) = (0, 0, \dots, 0)$, нові маркування позицій P_{j_1} для $1 \leq j_1 \leq k_l - 1$ будуть визначатися формулою $m^{(l)}(P_{j_1}) = m^{(l-1)}(P_{j_1})$ для $1 \leq j_1 \leq k_l - 1$, нове маркування позиції P_{k_l} буде визначатися формулою $m^{(l)}(P_{k_l}) = m^{(l-1)}(P_{k_l}) - m_l$, де $m^{(l-1)}(P_{k_l}) \geq m_l$, нові маркування позицій P_{j_2} для $k_l + 1 \leq j_2 \leq k$ будуть визначатися формулою $m^{(l)}(P_{j_2}) = m^{(l-1)}(P_{j_2})$, для $k_l + 1 \leq j_2 \leq k$.

Інакше, послідовність переходів $t_{n_1}, t_{n_2}, \dots, t_{n_l}$ запуситься (рис. 4, 5):

$(\exists t_{k_1} \in T, 1 \leq k_1 \leq k) \wedge (k_1 = n_1) \Rightarrow (m^i(P^0) = (0, m_2, \dots, m_k)) \wedge (m^i(P_{j_1}) = m^i(P_{j_1}), 1 \leq j_1 \leq k_1 - 1) \wedge$
 $(m^i(P_{k_1}) = m^i(P_{k_1}) + m_1) \wedge (m^i(P_{j_2}) = m^i(P_{j_2}), k_1 + 1 \leq j_2 \leq k), (\exists t_{k_2} \in T, 1 \leq k_2 \leq k) \wedge (k_2 = n_2) \Rightarrow$
 $(m^{ii}(P^0) = (0, 0, m_3, \dots, m_k)) \wedge (m^{ii}(P_{j_1}) = m^i(P_{j_1}), 1 \leq j_1 \leq k_2 - 1) \wedge (m^{ii}(P_{k_2}) = m^i(P_{k_2}) + m_2) \wedge (m^{ii}(P_{j_2}) =$
 $m^i(P_{j_2}), k_2 + 1 \leq j_2 \leq k), \dots, (\exists t_{k_l} \in T, 1 \leq k_l \leq k) \wedge (k_l = n_l) \Rightarrow (m^{(l)}(P^0) = (0, 0, \dots, 0)) \wedge (m^{(l)}(P_{j_1}) =$
 $m^{(l-1)}(P_{j_1}), 1 \leq j_1 \leq k_l - 1) \wedge (m^{(l)}(P_{k_l}) = m^{(l-1)}(P_{k_l}) + m_l) \wedge (m^{(l)}(P_{j_2}) = m^{(l-1)}(P_{j_2}), k_l + 1 \leq j_2 \leq k).$

Зауваження 2: величини k і j – довільні, де k – кількість рівнів предикатної позиції, а j – кількість переходів, які виходять з предикатної позиції.

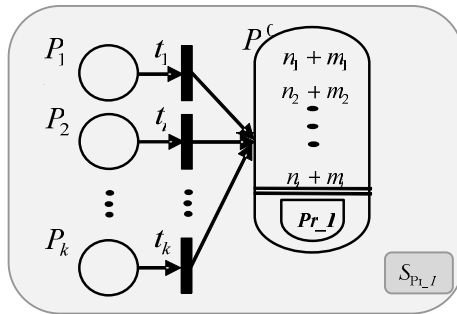


Рис. 4. Підмережа S_{Pr-l} з післяумовною комплексною позицією l -го рівня

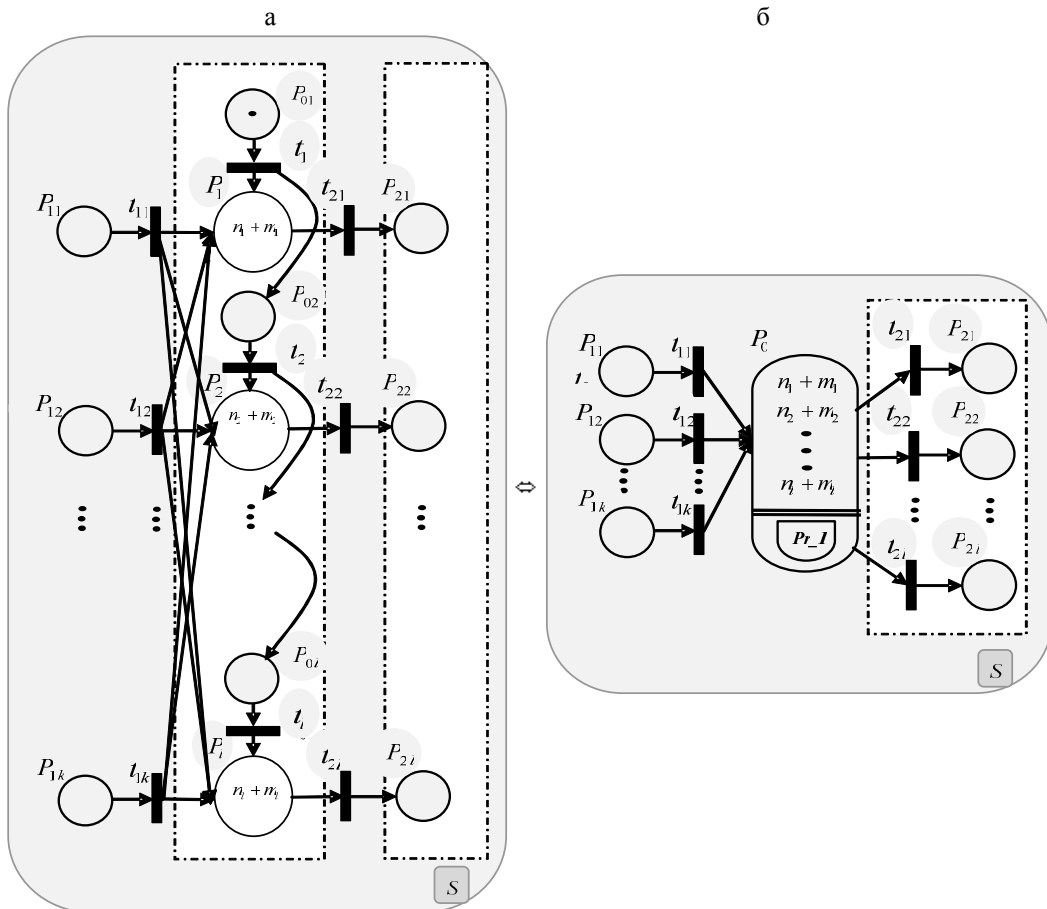


Рис. 5. Модель на базі підмережі S_{Pr-l}

Модель S , описана за допомогою розширеної мережі Петрі, задається матрицями

$$P^T = \begin{bmatrix} 11 & 12 & \dots & 1k & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 11 & 12 & \dots & 1k & 21 & 22 & \dots & 2l \\ 1 & 1 & \dots & 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_l \end{bmatrix},$$

$$T^T = \begin{bmatrix} 11 & 12 & \dots & 1k & 21 & 22 & \dots & 2l \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 21 & 22 & \dots & 2l \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

і початковими маркуваннями $m(P_{1i}) = m_i$, де $1 \leq i \leq k$,

$$m(P_0) = (n_1 + im_1, n_2 + im_2, \dots, n_l + im_l),$$

$$m(P_{2j}) = 0, \text{ де } 1 \leq j \leq l.$$

Приклад 2. На рис. 6 наведено модель переставлення групи вагонів з приймально-відправної (П-В) колії на сортувально-відправну (С-В) колію. Позиції P_{11} , P_{12} і P_{13} моделюють приймально-відправні колії вантажних поїздів, а позиції P_{2j} , де $1 \leq j \leq 4$, моделюють сортувально-відправні колії. На приймально-відправних коліях 1, 2 і 3 відповідно знаходиться 36 вагонів, 24 вагони і 21 вагон. Інакше, $m(P_{11}) = 36$, $m(P_{12}) = 24$ і $m(P_{13}) = 21$. Ознаки переставлення груп вагонів з приймально-відправних колій на сортувально-відправні колії задаються відповідно маркуваннями $m(P_{01}) = 1$, $m(P_{02}) = 0$, $m(P_{03}) = 0$, $m(P_{04}) = 0$. Післяумовні комплексні позиції задаються як $m(P_1') = 13 + i21$, $m(P_2') = 11 + i19$,

$m(P_3') = 12 + i14$, $m(P_4') = 11 + i17$. На сортувально-відправних коліях 1, 2, 3 і 4 відповідно підготовлені 24 вагони, 33 вагони, 21 вагон і 16 вагонів. Інакше, $m(P_{21}) = 24$,

$$m(P_{22}) = 33, m(P_{23}) = 21 \text{ і } m(P_{24}) = 16.$$

Переставлення груп вагонів з приймально-відправних колій на сортувально-відправні колії відповідно задаються тривалостями $f(P_{01}) = 0$,

$$f(P_{02}) = 1, \quad f(P_{03}) = 1 \text{ і } f(P_{04}) = 1.$$

Загалом переходи $T_i \in T$ імітують переходи t_{1i} , де $1 \leq i \leq 3$, переходи t_j , де $1 \leq j \leq 4$, і переходи t_{2j} , де $1 \leq j \leq 4$.

Динаміку технологічних процесів роботи моделі S продемонстровано в табл. 2.

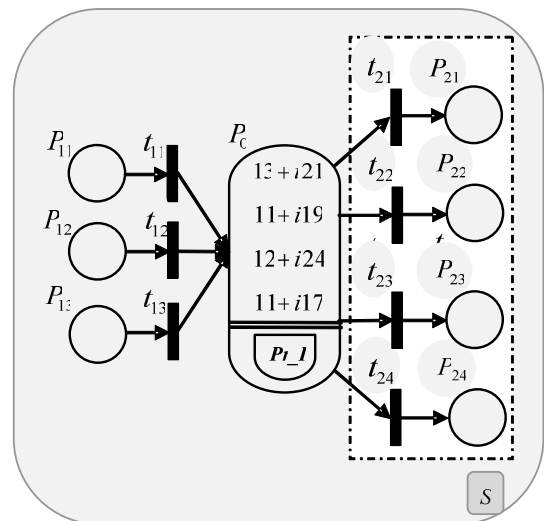


Рис. 6. Модель переставлення групи вагонів з П-В колії на С-В колію

Таблиця 2

Динамічна таблиця технологічних процесів роботи моделі S

Номер п/п	У.о.ч.	T_i	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_1'	P_2'	P_3'	P_4'	P_{21}	P_{22}	P_{23}	P_{24}
1	0	t_{13}	36	24	0	13/21	11/19	12/24	11/17	24	33	21	16
2	0	t_{21}	36	24	0	0	11/19	12/24	11/17	45	33	21	16
3	1	t_{11}	17	24	0	0	11/19	12/24	11/17	45	33	21	16
4	1	t_{22}	17	24	0	0	0	12/24	11/17	45	52	21	16
5	2	t_{12}	17	0	0	0	0	12/24	11/17	45	52	21	16
6	2	t_{23}	17	0	0	0	0	0	11/17	45	52	45	16
7	3	t_{11}	0	0	0	0	0	0	11/17	45	52	45	16
8	3	t_{24}	0	0	0	0	0	0	0	45	52	45	33

Висновки

Поставлену мету в статті виконано, а саме:

- удосконалено вихідну предикатну позицію l -го рівня (передумовна комплексна позиція l -го рівня, яка задається послідовністю впорядкованих чисел $n_1 - im_1, n_2 - im_2, \dots, n_l - im_l$);

- розроблено вхідну предикатну позицію l -го рівня (післяумовна комплексна позиція l -го рівня, яка задається послідовністю впорядкованих чисел $n_1 + im_1, n_2 + im_2, \dots, n_l + im_l$);

- реалізовано механізм роботи передумовної комплексної позиції l -го рівня і післяумовної комплексної позиції l -го рівня;

- описано динаміку функціонування передумовної комплексної позиції l -го рівня і післяумовної комплексної позиції l -го рівня;

- в остаточному результаті на прикладах обґрунтовано мету застосування введених передумовної і післяумовної комплексних позицій l -го рівня.

Список використаних джерел

1. Селецький В. С., Федак Я. А. Про пристрої обслуговування заявок. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2001. № 5. С. 31–34.
2. Селецький В. С. Застосування математичного апарату мереж Петрі на залізничному транспорті. *Залізничний транспорт України*. 2009. № 2. С. 3–6.
3. Селецький В. С. Розширення мереж Петрі. Ч. I. Означення, моделі та їх математичний опис. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2011. № 5. С. 77–80.
4. Селецький В. С. Розширення мереж Петрі. Ч. II. Обґрунтування, властивості і аналіз. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2011. № 6. С. 31–36.
5. Селецький В. С. Розширення мереж Петрі. Ч. V. Можливості позицій мереж Петрі. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2014. № 5. С. 75–80.
6. Селецький В. С. Мережі Петрі і комплексні числа. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2020. № 3. С. 3–11.
7. Селецький В. С. Мережі Петрі і мова програмування Delphi. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2014. № 2. С. 15–20.
8. Reisig W. Petri nets - an introduction (EATCS Monographs on Theoretical Computer Science 4); Springer Verlag 1985.
9. Corsi F., Castagnolo B. Probabilistic delay evaluation in combinational digital circuits by Petri nets.

Microelectronics and Reliab. 1983. Vol. 23. No. 3. P. 541-553.

10. Florin G., Franze C., Natkin S. Stochastic Petri nets: properties, applications and tools. *Microelectronics and Reliab.* 1991. Vol. 31. No. 4. P. 669-697.
11. Po-Zung Chen, Steven C. Bruell and Giarfranco Balbo. Formulating and solving optimization problems using stochastic timed Petri nets. *Microelectronics and Reliab.* 1991. Vol. 31. No. 4. P. 769-792.
12. Zuberek W. M. M-timed Petri nets, preemptions, and performance evaluation of systems; in: *Advances in Petri Nets 1985* (Lecture Notes in Computer Science 222), G. Rosenberg(ed.), P. 478-498, Springer Verlag 1986.
13. Zuberek W. M. Timed Petri nets definitions, properties, and applications. *Microelectronics and Reliab.* 1991. Vol. 31. No. 4. P. 627-642.

Селецький В. С. Расширение сетей Петри и комплексные числа.

Аннотация. Для моделирования технологических процессов различных информационных и транспортных систем, в том числе и систем железнодорожного транспорта, в статье усовершенствовано предусловную предикатную позицию l -го уровня (предусловная комплексная позиция l -го уровня), разработано входную предикатную позицию l -го уровня (постусловная комплексная позиция l -го уровня), реализовано механизм работы предусловной комплексной позиции l -го уровня и постусловной комплексной позиции l -го уровня, описано динамику функционирования предусловной комплексной позиции l -го уровня и постусловной комплексной позиции l -го уровня. На примерах обосновано цель применения введенных предусловной и постусловной комплексных позиций l -го уровня.

Ключевые слова: модель, расширенная сеть Петри, выходная предикатная позиция l -го уровня, входная предикатная позиция l -го уровня, предусловная комплексная позиция l -го уровня, постусловная комплексная позиция l -го уровня.

Seletsky V.S. Expansion of Petri nets and complex numbers.

Abstract. For modeling of technological processes of various information and transport systems, including railway transport systems in the article: - the initial predicate position of the l -th level is improved (preconditional complex position of the l -th level which is set by sequence of ordered numbers: $n_1 - im_1, n_2 - im_2, \dots, n_l - im_l$), - the input predicate position of the l -th

level is developed (post-conditional complex position of the l -th level, which is given by the sequence of ordered numbers: $n_1 + im_1, n_2 + im_2, \dots, n_l + im_l$), - the mechanism of operation of the preconditional complex position of the l -th level - the dynamics of functioning of the preconditional complex position of the l -th level and the post-conditional complex position of the l -th level is described.

Technological processes of models by the nature are dynamic that it is offered to describe models of technological processes with use of the expanded Petri nets by means of dynamic tables.

A precondition subnet S'_{Pr_0} is constructed on the basis of the initial predicate position of the l -th level (precondition complex position of the l -th level, which is given by the sequence of ordered numbers: $n_i - im_i$, where $1 \leq i \leq l$). The prerequisite subnet is described in mathematical language and is represented by graphical interpretation.

The dynamics reproduces the technological processes of the model, which is developed on the basis of the prerequisite subnet, and the model in which the prerequisite subnet is used is illustrated and analyzed on an example with specific data - train composition, which enters the sorting hill in disbandment.

The need to develop a new population of the position type - the input predicate position of the l -th level (post-conditional complex position of the l -th level, which is given by a sequence of ordered numbers: $n_i + im_i$, where $1 \leq i \leq l$) made it possible to develop a post-conditional subnet S'_{Pr_l} . The newly introduced postconditional subnet S'_{Pr_l} is described in mathematical terminology and represented by a graphical interpretation.

The operation of the model, which is developed on the basis of the postconditional subnet, is described using a dynamic table of technological processes of the model. The model is illustrated and its application is analyzed on an example with concrete data - transfer of groups of cars from receiving - sending tracks on sorting - sending tracks.

Embedded models that use a preconditional subnet S'_{Pr_0} (built on the basis of a preconditional complex position of the l -th level, which is given by a sequence of ordered numbers: $n_i - im_i$, where $1 \leq i \leq l$) and a postconditional subnet S'_{Pr_l} (built on the basis of a postconditional complex position of the l -th level, given by a sequence ordered numbers: $n_i + im_i$, where $1 \leq i \leq l$) make it possible to build models of composite objects.

The purpose of application of the introduced preconditional complex position of the l -th level and post

- conditional complex position of the l -th level is substantiated on examples.

Keywords: model, extended Petri net, initial predicate position of l -th level, input predicate position of l -th level, preconditional complex position of l -th level, postconditional complex position of l -th level.

Надійшла 23.11.2020 р.

Селецький Василь Стасьович, кандидат технічних наук, провідний інженер виробничого підрозділу "Львівське відділення" філії "Головного інформаційно обчислювального центру" акціонерного товариства "Укрзалізниця". E-mail: Selezkyj@ukr.net ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6981-9450>

Selezkyj Vasyl Stasovich, Candidate of Technical Sciences, Provincial Engineer of the Virobnichnoe pidrozdilu "Lvivske viddilennya" filis of the "Head Information and Obligatory Center" of the Ukrzaliznitsa Joint-Stock Partnership. Email: Selezkyj@ukr.net ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6981-9450>