УДК 658.012

КАТКОВА Т.И., кандидат педагогических наук, доцент (Бердянский университет менеджмента и бизнеса)

Учет динамики потоков приходов и расходов средств при формировании оптимального плана многостадийного инвестирования проектов развития предприятия

Рассмотрена задача оптимизации многостадийного процесса финансирования проекта развития предприятия. Предложена процедура, учитывающая динамику потоков приходов и расходов средств. Описанный алгоритм обеспечивает приближенное решение задачи. Однако, точность её решения с увеличением размерности задачи улучшается.

Ключевые слова: *проекты развития предприятия, многостадийное инвестирование, оптимизация плана развития*

Введение

Известная методика формирования оптимального плана материально-технического развития включает, в качестве первого этапа, решение задачи рационального распределения средств между инвестиционными проектами в рамках выбранного (или заданного) проекта развития [1]. Рассмотренная при этом модель обладает существенным недостатком: в ней не учитывается сложная динамика потоков расходов и приходов средств при инвестировании различных проектов. Необходимость учета особенностей и числовых характеристик этого процесса связана с тем, что инвестиционные проекты, составляющие основной проект, определяющий стратегическое направление деятельности предприятия, в соответствии с их конкретным содержанием могут быть существенно различными. Они начинают и заканчивают действовать не одновременно, имеют разную длительность и требуемые объемы инвестиций, имеют разные темпы наполнения и возврата средств. Эти обстоятельства предопределяют лишь предварительный характер результатов, получаемых с использованием известных методик.

Анализ публикаций

Проблема рационального инвестирования проектов развития предприятий многократно и детально обсуждались в [2-9]. Вместе с тем, из анализа известных публикаций следует, что недостаточно исследованным остается нетривиальный вариант этой задачи, когда проект инвестируется частями, поэтапно, причем прибыль, получаемая на ранних этапах развития предприятия, может быть использована на более поздних этапах. Соответствующая задача поставлена и решена в работе с учетом быстрого роста сложности вычислительной процедуры получения плана инвестиций с увеличением числа стадий.

Постановка задачи

Пусть выбранный проект развития в процессе реализации проходит m стадий.

Введем следующие обозначения:

d_k - ресурс, выделенный для инвестирования на стадии k;

I_{jk} -объем стартовой инвестиции j-го проекта, предполагаемого для реализации на стадии k, $k = 1, 2, ..., m-1$;

P_{ijk} - ресурс, возвращаемый на i-ой стадии в результате реализации j-го инвестиционного проекта на k-ой стадии; $i = k+1, \ldots, m$;

$$X_{jk} = \begin{cases} 1, \text{ если } j-\text{й инвестиционный проект} \\ \quad \text{принимается к реализации на} \\ \quad k-\text{ой стадии}, \\ 0, \text{ в противном случае}; \end{cases}$$

r - задаваемый коэффициент дисконтирования, соответствующий продолжительности стадии.

Значение приведенного дохода для j-го проекта, принятого на k-ой стадии, получаемого на произвольной $i-$ой стадии, равно

$$\hat{P}_{ijk} = \frac{P_{ijk}}{(1+r)^{i-k}}.$$

При этом значение чистого приведенного дохода для j-го проекта, принятого к реализации на k-ой стадии, от момента инвестирования до l-ой стадии, рассчитывается по формуле

$$NPV_{ljk} = \sum_{i=k+1}^{l} \frac{P_{ijk}}{(1+r)^{i-k}} - I_{jk}. \qquad (1)$$

Тогда значение чистого приведенного суммарного дохода от совокупности проектов, принятых на k-ой стадии, полученного от момента реализации до l-ой стадии, будет равно

$$NPV_{lk} = \sum_{j=1}^{n} NPV_{ljk} X_{jk} = \sum_{j=1}^{n} \Big(\sum_{i=k+1}^{l} \frac{P_{ijk}}{(1+r)^{i-k}} - I_{jk} \Big) X_{jk} \qquad (2)$$

Наконец, значение чистого приведенного суммарного дохода от совокупности принятых проектов, полученного от начала планового периода до l-ой стадии, может быть вычислено по формуле

$$NPV_{l} = \sum_{k=1}^{l-1} NPV_{lk} = \sum_{k=1}^{l-1} \sum_{j=1}^{n} NPV_{ljk} X_{jk} =$$
$$= \sum_{k=1}^{l-1} \sum_{j=1}^{n} \Big(\sum_{i=k+1}^{l} \frac{P_{ijk}}{(1+r)^{i-k}} - I_{jk} \Big) X_{jk}, \quad l = 1,2,\dots,m. \qquad (3)$$

Соотношение (3) может быть использовано для формирования системы ограничений при отыскании оптимального плана инвестиций. Ясно, что вычисляемое в соответствии с (3) значение чистого приведенного суммарного дохода в любой момент времени l должно быть неотрицательно, то есть

$$NPV_{l} = \sum_{k=1}^{l-1} \sum_{j=1}^{n} NPV_{ljk} X_{jk} \geq 0, \quad l = k+1,\dots,m. \qquad (4)$$

С другой стороны, с учетом (3) может быть записан критерий эффективности плана инвестиций, имеющий вид

$$F(X_{jk}) = NPV_{m} = \sum_{k=1}^{m-1} NPV_{mk} = \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n} NPV_{mjk} X_{jk} =$$
$$= \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n} \Big(\sum_{i=k+1}^{m} \frac{P_{ijk}}{(1+r)^{i-k}} - I_{jk} \Big) X_{jk} = \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n} R_{jk} X_{jk}, \qquad (5)$$

где $R_{jk} = \sum_{i=k+1}^{m} \frac{P_{ijk}}{(1+r)^{i-k}} - I_{jk}$ - чистый приведенный суммарный доход от реализации j-го проекта, принятого на стадии k, до окончания планового периода.

Теперь задача формирования оптимального плана инвестиций может быть сформулирована следующим образом: найти набор булевых переменных (X_{jk}), максимизирующий критерий оптимальности плана (5) и удовлетворяющий ограничениям (4), а также условиям реализуемости

$$\sum_{k=1}^{m-1} X_{jk} \leq 1, \;\; j = 1,2,\dots,n, \qquad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{n} I_{jk} X_{jk} \leq d_{k}, \; k = 1,2,\dots,m. \qquad (7)$$

Приведенные соотношения имеют простой смысл. Ограничения (6) означают, что каждый проект может быть принят к реализации только на одной стадии. Соотношения (7) ограничивают суммарный объем стартовых инвестиций на каждой стадии величиной выделенного на этой стадии инвестиционного ресурса.

Основные результаты

Разработка метода решения задачи рационального многостадийного инвестирования проекта развития. Получена двухиндексная булева распределительная задача линейного программирования. Для решения таких задач могут быть использованы общие методы решения целочисленных задач, либо специальные комбинаторные методы, обеспечивающие эффективный перебор вариантов решения задачи.

В теории линейного программирования разработаны общие методы решения целочисленных задач. Основными из них являются методы отсечения и эффективного перебора.

Методы отсечения [10, 11] основаны на возможности построения в пространстве переменных гиперплоскости, отделяющей (отсекающей) нецелочисленное решение от множества целочисленных допустимых планов задачи.

Построение отсекающей гиперплоскости сопровождается добавлением к системе ограничений задачи одного дополнительного линейного ограничения. Решив расширенную таким образом задачу без учета ограничения на целочисленность, получим новое решение, и, если оно окажется нецелочисленным, построим новую отсекающую гиперплоскость и так далее. Ясно, что такой процесс сопровождается постоянным увеличением числа ограничений задачи. Понятно также, что организованная таким образом вычислительная процедура принципиально позволяет получить план, сколь угодно близкий к целочисленному решению задачи.

Основным недостатком методов отсечения, не позволяющим эффективно использовать их для решения многоиндексных задач типа (4) – (7), является то, что в процессе решения задачи нарушается специфическая структура ее системы ограничений. При этом решение задачи в последующих итерациях (с отсекающими ограничениями) возможно лишь общими методами линейного программирования, которые, как известно, в данном случае неэффективны. Другими словами, при использовании методов отсечения многоиндексная булева задача должна интерпретироваться как обычная задача линейного программирования, в результате чего существенно увеличивается время ее решения, требуемый объем оперативной памяти, и алгоритм, как правило, оказывается нереализуемым.

Другой важный подход к решению целочисленных задач линейного программирования основан на использовании разнообразных правил сокращения перебора множества целочисленных планов задачи [12-14]. Так как целочисленная задача линейного программирования имеет конечное число целочисленных допустимых планов, то она может быть в принципе решена их последовательным перебором и выбором наилучшего (доставляющего целевой функции задачи экстремальное значение). Однако количество целочисленных планов в практически интересных задачах часто оказывается настолько большим, что реализация этого подхода в приемлемое время просто невозможна.

Метод эффективного перебора вариантов позволяет осуществить перебор лишь некоторых, перспективных вариантов, отсеивая при этом очень большое число планов, которые заведомо не являются оптимальными и поэтому бесперспективны. Центральной проблемой при этом является разработка эффективного правила, позволяющего на основе имеющейся и полученной в предыдущих итерациях информации отсеивать возможно большее число бесперспективных планов задачи.

Методы эффективного перебора также небезупречны. Основной их недостаток состоит в невозможности прогнозировать время решения задачи, которое зависит от типа и структуры системы ограничений, а также от эффективности правила отсеивания вариантов. При этом невозможно указать универсальное правило отсеивания, одинаково эффективное для различных типов задач. Это означает, что разработка алгоритма решения всякой новой задачи заключается, прежде всего, в поиске правила отбраковки бесперспективных вариантов, эффективного именно для этой задачи. Кроме того, следует отметить, что трудоемкость методов эффективного перебора быстро растет с увеличением размерности задачи.

Указанные обстоятельства заставляют отказаться от использования точных, но трудоемких в реализации методов и делают целесообразным разработку приближенных алгоритмов решения поставленной задачи. Рассмотрим возможный вариант построения такого алгоритма. Процедура решения задачи состоит из двух этапов – подготовительного и основного.

На подготовительном этапе для каждого $k = 1, 2, ..., m$ независимо решается задача вида: найти набор булевых переменных $\{X_{jk}\}$, максимизирующий

$$F_k(X_{jk}) = \sum_{j=1}^{n} R_{jk} X_{jk} \quad (8)$$

и удовлетворяющий ограничению

$$\sum_{j=1}^{n} I_{jk} X_{jk} \le d_k, \quad k = 1, 2, ..., m, \quad (9)$$

при снятом ограничении (6). Таким образом, получим m однотипных задач. Каждая из этих задач легко решается пошагово следующим образом.

Пусть $k = k_0$. На очередном S-ом шаге решения задачи k_0 отыскивается проект с номером

$$j_s(k_0) = \arg\max_{j \in J_s} \{R_{jk_0}\}, \quad (10)$$

$$J_s = \{ j : I_{jk_0} < d_{k_0 s} \}, \quad (11)$$

$$d_{k_0 s} = d_{k_0} - \sum_{l=1}^{s-1} I_{lk_0} X_{j_l k_0}, \quad (12)$$

$X_{j_l k_0} = 1, \ \ l = 1, 2, ..., s-1$ - назначения, выполненные на предыдущих $(s-1)$ - шагах.

Назначения выполняются до тех пор, пока множество J_s - не пусто. В результате решения m задач (8)-(12) получим набор $\{X^*_{jk}\}$. Подготовительный этап завершен.

Основной этап начинается с проверки того, удовлетворяет ли полученный план $\{X^*_{jk}\}$ ограничениям (6). Если эти ограничения удовлетворяются, то план $\{X^*_{jk}\}$, полученный на предварительном этапе, по построению является оптимальным. Если ограничения (6) не удовлетворяются, то этот план не является допустимым (один и тот же проект рекомендуется к реализации более чем в одной стадии). Преобразование плана к допустимому реализуется итерационно. Пусть проделано p итераций, в результате которых получен план $X^{(p)} = (X^{(p)}_{jk})$. На очередной $(p+1)$-ой итерации выполняются следующие операции.

1. Формируется множество $E^{(p)}_+$ номеров j по правилу

$$E^{(p)}_+ = \left\{ j : \sum_{k=1}^{m-1} X^{(p)}_{jk} > 1, \quad j = 1, 2, ..., n \right\},$$

а также множество $E^{(p)}_- = E / E^{(p)}_+$. Строки матрицы $X = (x^{(p)}_{jk})$, $j \in E^{(p)}_+$, будем называть избыточными.

2. Среди всех избыточных строк найдем ту, для которой

$$\hat{j} = \arg \max_{j \in E^{(p)}_+} \sum_{k=1}^{m-1} X^{(p)}_{jk}.$$

3. Для выбранного $\hat{j}$ отыскивается $\hat{k}$, для которого

$$\hat{k} = \arg \min_{X^{(p)}_{jk}=1} R_{jk}.$$

4. Для найденной пары $(\hat{j}, \hat{k})$ из множества E_- отыскивается строка

$$\hat{\hat{j}} = \arg \max_{j \in E^{(p)}_-} R_{j\hat{k}}.$$

5. Осуществляется коррекция плана назначений по формуле

$$X^{(p+)}_{jk} = \begin{cases} X^{(p)}_{jk}, \ j \neq \hat{j}, \ j \neq \hat{\hat{j}}, \ k = 1, 2, ..., m, \\ X^{(p)}_{jk} - 1, \ j = \hat{j}, \ k = \hat{k}, \\ X^{(p)}_{jk} + 1, \ j = \hat{\hat{j}}, k = \hat{k}. \end{cases}$$

В результате проведения очередной итерации число рекомендательных назначений для получения наиболее эффективного проекта будет уменьшено на единицу. Описанная процедура выполняется до тех пор, пока не будут выполнены все ограничения (6).

Заметим, что для получения плана задачи, соответствующего подготовительному этапу описанного алгоритма можно использовать следующий простой прием.

Будем считать, что параметры I_{jk} задачи могут быть представлены в виде равенств

$$I_{jk} = \lambda_j \mu_k, \quad j = 1,2,...,n, \quad k = 1,2,...,m.$$

Введем теперь новую переменную $Z_{jk} = \lambda_j x_{jk}$, $j = 1,2,...,n$, $k = 1,2,...,m$. Тогда

$$\sum_{j=1}^{n} I_{jk} x_{jk} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \mu_k x_{jk} = \mu_k \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{jk} = \mu_k \sum_{j=1}^{n} z_{jk} \leq d_k,$$

откуда

$$\sum_{j=1}^{n} z_{jk} \leq \frac{d_k}{\mu_k} = b_k, \quad k = 1,2,...,m. \tag{13}$$

С другой стороны, ограничения (6) преобразуются следующим образом:

$$\sum_{k=1}^{m} x_{jk} = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{\lambda_j} z_{jk} = \frac{1}{\lambda_j} \sum_{k=1}^{m} z_{jk} \leq 1,$$

откуда

$$\sum_{k=1}^{m} z_{jk} \leq \lambda_j, \quad j = 1,2,...,n. \tag{14}$$

Преобразуем, наконец, целевую функцию (5). Имеем

$$\sum_{k=1}^{m\text{-}1}\sum_{j=1}^{n} R_{jk}x_{jk} = \sum_{k=1}^{m\text{-}1}\sum_{j=1}^{n} \frac{R_{jk}}{\lambda_j} z_{jk} = \sum_{k=1}^{m\text{-}1}\sum_{j=1}^{n} C_{jk}z_{jk} \,. \quad (15)$$

В результате проделанных операций исходная задача (5)-(7) преобразована к следующей: найти набор $\left(z_{jk}\right)$, максимизирующий (15) и удовлетворяющий ограничениям (13)-(14). В силу специфического характера ограничений (13)-(14) математическая модель задачи приобретает вид, типичный для транспортных задач линейного программирования, быстрое решение которых может быть получено любым известным пакетом численной оптимизации. При этом введенные параметры задачи (13)-(15) легко интерпретируются:

λ_j - общий объем инвестиций для j-го инвестиционного проекта, $j = 1,2,\ldots,n$;

μ_k - доля инвестиций, выделяемых на k-й стадии,

$b_k = \dfrac{d_k}{\mu_k}$ - оценка величины общего объема инвестиций,

$$z_{jk} = \begin{cases} \lambda_j, & \text{если } x_{jk} = 1, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Пусть набор $\left(z^*_{jk}\right)$ является решением задачи (13)-(15). Тогда приближенный план, соответствующий подготовительному этапу, может быть рассчитан следующим образом: для любого инвестиционного проекта j номер стадии $\hat{k}$, на которой проект принимается к реализации, определяется соотношением

$$\hat{k} = \arg\max_k \left\{ \frac{z_{j1}}{\lambda_j}, \frac{z_{j2}}{\lambda_j}, \ldots, \frac{z_{jm-1}}{\lambda_j}, \right\}.$$

Необходимые для реализации этого подхода пары $\left(\lambda_j, \mu_k\right)$ получим, минимизируя

$$\Phi\left[\left(\lambda_j\right),\left(\mu_k\right)\right] = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} \left(\lambda_j\mu_k - I_{jk}\right)^2 . \quad (16)$$

Найдем производные от функционала $\Phi\left[\left(\lambda_j\right),\left(\mu_k\right)\right]$ по переменным λ_j и μ_k, приравняем их к нулю и решим соответствующие уравнения. Имеем

$$\frac{d\Phi\left[\left(\lambda_j\right),\left(\mu_k\right)\right]}{d\lambda_j} = 2\sum_{k=1}^{m}\left(\lambda_j\mu_k - \mathrm{I}_{jk}\right)\mu_k = 0 ,$$

откуда

$$\lambda_j \sum_{k=1}^{m}\mu_k^2 = \sum_{k=1}^{m} I_{jk}\mu_j ,$$

$$\lambda_j = \frac{\sum_{k=1}^{m} I_{jk}\mu_k}{\sum_{k=1}^{m}\mu_k^2}, \quad j = 1,2,\ldots,n; \quad (17)$$

$$\frac{d\Phi\left[\left(\lambda_j\right),\left(\mu_k\right)\right]}{d\mu_k} = 2\sum_{j=1}^{n}\left(\lambda_j\mu_k - \mathrm{I}_{jk}\right)\lambda_j = 0 ,$$

откуда

$$\mu_k = \frac{\sum_{j=1}^{n} I_{jk}\lambda_j}{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2}, \quad k = 1,2,\ldots,m. \quad (18)$$

Отсюда следует простая итерационная процедура расчета $\left(\lambda_j, \mu_k\right)$. Вначале задаем произвольный вектор $M_0 = \left(\mu_1^{(0)}, \mu_2^{(0)}, \ldots, \mu_m^{(0)}\right)$ с положительными компонентами. Теперь, используя (17), вычисляем первое приближение для вектора $\Lambda = \left(\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \ldots, \lambda_n^{(0)}\right)$. Полученное приближение на основании (18) определяет очередное приближение для M и т.д. Процедура быстро сходится к ситуации, когда

$$\left| \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\left(\lambda_j^{(s+1)}\mu_k^{(s+1)} - I_{jk}\right)^2 - \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\left(\lambda_j^{(s)}\mu_k^{(s)} - I_{jk}\right)^2 \right| < \varepsilon ,$$

где ε - задаваемое достаточно малое число.

Выводы

Таким образом, предложен метод, обеспечивающий решение задачи рационального распределения средств по этапам многостадийного процесса инвестирования проекта развития предприятия. Описанная процедура учитывает сложную динамику потока приходов и расходов средств на разных стадиях процесса инвестирования. Предложенный алгоритм обеспечивает приближенное решение задачи. Однако точность её решения с увеличением размерности задачи улучшается.

Литература

1 Зуб А. Т. Стратегический менеджмент: теория и практика [Текст] / А. Т. Зуб. – М. : Аспект Пресс, 2002. – 415 с.
2 Орлов А. И. Менеджмент [Текст] / А. И. Орлов. – М. : ИЗУМРУД, 2003. – 376 с.
3 Алешин Д. Н. Экономическое обоснование эффективности инвестированных проектов [Текст] / Д. Н. Алешин. – М. : Изд. МВТУ им. Баумана, 2002. – 196 с.
4 Самуэльсон П. Экономика: пер. с англ. [Текст] / П. Самуэльсон. – М. : АЛГОН, 1992. – 416 с.
5 Орлов А. И. Эконометрика [Текст] / А. И. Орлов. – М. : ЭКЗАМЕН, 2003. – 576 с.
6 Ковалев В. В. Методы оценки инвестиционных проектов [Текст] / В. В. Ковалев. – М. : Финансы и статистика, 1998. – 144 с.
7 Chase R. Production and Operations Management [Текст] / R. Chase, N. Aquilano. – Burr Ridge, 1995. – 463 p.
8 Stevenson W. Introduction to Management Science [Текст] / W. Stevenson. – Burr Ridge, 1996. – 364 p.
9 Eppen G. Introductory Management Science [Текст] / G. Eppen, F. Gould. – NJ : Prentice Hall, 1998. – 562 p.
10 Гомори Р. Целочисленное программирование и оценки: пер. с англ. [Текст] / Р. Гомори, У. Бомоль. – Новосибирск: изд. СО АН СССР, 1962. – 214 с.
11 Корбут А. А. Дискретное программирование [Текст] / А. А. Корбут, Ю. Ю Финкельштейн. – М. : «Наука», 1969. – 288 с.
12 Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение [Текст] / В. С. Михалевич // Кибернетика. – 1965. - №1. - С. 17-24.
13 Зайченко Ю. П. Исследование операций [Текст] / Ю. П. Зайченко. – К. : Слово, 2003. – 688 с.
14 Раскин Л. Г. Многоиндексные задачи линейного программирования [Текст] / Л. Г. Раскин, И. О. Кириченко. – М. : Радио и связь, 1982. – 240 с.

Каткова Т. І. Облік динаміки потоків приходів і витрат коштів при формуванні оптимального плану багатостадійного інвестування проектів розвитку підприємства. Розглянуто задачу оптимізації багатостадійного процесу фінансування проекту розвитку підприємства. Запропонована процедура, яка враховує складну динаміку потоків приходів і витрат коштів на різних стадіях процесу інвестування. Описаний алгоритм забезпечує наближене рішення задачі. Однак, точність її вирішення із збільшенням розмірності задачі покращується.

Ключові слова: проекти розвитку підприємства, багатостадійне інвестування, оптимізація плану розвитку.

Katkova T. I. The account of the dynamics of fund receipts and expenditures while forming optimum plan of enterprise development projects multistage investment. The problem of optimization of an enterprise financing development multistage process has been considered. The proposed procedure allows accounting complex dynamics of fund receipts and expenditures flows at different stages of the investment process. The described algorithm provides an approximate solution. However, the accuracy of its solutions is improved with increasing the problem size.

Key words: enterprise development projects, multistage investment, development plan optimization.

Автор - Каткова Татьяна Игоревна
Реєстраційний номер ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1051-4262

Рецензент д.т.н., профессор, заведующий кафедрой компьютерного мониторинга и логистики Раскин Л.Г. (НТУ "ХПИ")

Поступила 26.03.2015г