УДК 621.391 DOI: 10.18664/ikszt.v0i5.55753

АСАУЛЕНКО І.О., ст. гр. 4-V-Т,
ПРИХОДЬКО С.І., д.т.н., професор,
ШТОМПЕЛЬ М.А., к.т.н., доцент (УкрДУЗТ)

Метод декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність на основі стохастичної оптимізації

Розглянуто класичні методи декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність, що дозволяють отримати жорстке та м'яке рішення. Встановлено, що задача декодування лінійних блокових кодів може бути сформульована у вигляді задачі цілочисельного програмування. На основі проведеного аналізу властивостей цільової функції запропоновано метод ітеративного декодування лінійних блокових кодів, який заснований на процедурах стохастичної оптимізації.

Ключові слова: *декодування, коди з малою щільністю перевірок на парність, цільова функція, популяційні методи.*

Постановка проблеми і аналіз літератури

У теперішній час широкого розповсюдження набули лінійні блокові коди, зокрема коди з малою щільністю перевірок на парність, із застосуванням методів ітеративного декодування, які є обов'язковою складовою значного числа сучасних телекомунікаційних технологій і стандартів. Для декодування кодів даного класу використовуються класичні методи ітеративного декодування, що дозволяють отримати жорстке та м'яке рішення [1, 2]. Однак, класичні методи жорсткого декодування характеризуються відносно низькою здатністю корегування, що обмежує галузь їх застосування додатками, що допускають високу ймовірність помилки декодування, а класичні методи м'якого декодування через значну обчислювальну складність не підходять для використання в додатках, що підтримують високу швидкість передачі інформації [3].

Тому актуальною задачею являється розробка методу декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність, який забезпечить задану достовірність передачі інформації та матиме прийнятну обчислювальну складність.

Мета статті

Розробка методу декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність на основі стохастичної оптимізації.

Основна частина

Нехай H позначає перевірочну матрицю двійкового лінійного блокового коду розмірністю $m \times n$, де $n > m \geq 1$. Тоді двійковий лінійний блоковий код C можна визначити як $C \equiv \{\bar{c} \in F_2^n : Hc = 0\}$, де F_2^n означає двійкове поле Галуа. При цьому передбачається, що вектор c є вектором-стовпцем. Введемо біполярний код $\tilde{C}$, що відповідає двійковому лінійному блоковому коду C, та визначається як $\tilde{C} \equiv \{(x_1 = 1 - 2c_1, x_2 = 1 - 2c_2, ..., x_n = 1 - 2c_n) : \bar{c} \in C\}$. Таким чином, $\tilde{C}$ є підмножиною $\{+1; -1\}^n$, що отримується з C шляхом відображення двійкових символів $(0, 1)$ у біполярні символи $(+1, -1)$.

Припускається, що використовується канал з двійковим входом та адитивним білим гаусовим шумом (АБГШ), що визначається як $\bar{y} = \bar{x} + \bar{z}\ (\bar{x} \in \tilde{C})$. При цьому вектор $\bar{z} = (z_1, ..., z_n)$ є вектором білого гаусового шуму, а $z_j\ (j \in [1, n])$ є гаусовою випадковою величиною з нульовим математичним очікуванням та дисперсією σ^2.

Нехай бітові вершини $N(i)$ і перевірочні вершини $M(j)$ графу Таннера, де $(i \in [1, m], j \in [1, n])$, визначаються як $N(i) \equiv \{j \in [1, n] : h_{ij} = 1\}$ і $M(j) \equiv \{i \in [1, m] : h_{ij} = 1\}$, де h_{ij} є ij-елементом перевірочної матриці H. Виходячи з цього, перевірочну умову у випадку біполярних кодів можна представити як $\prod_{j \in N(i)} x_j = 1\ (\forall i \in [1, m])$, що еквівалентно $\bar{x} = (x_1, ..., x_n) \in \tilde{C}$. В даному випадку, значення $\prod_{j \in N(i)} x_j \in \{+1, -1\}$ називають i-ою складовою біполярного синдрому вектору $\bar{x}$.

Проблема декодування за максимумом правдоподібності в двійковому каналі з АБГШ, особливості якого докладно розглядалися у [4, 5], еквівалентна проблемі знаходження біполярного кодового слова $\bar{x} \in \tilde{C}$, що забезпечує найбільшу кореляцію з прийнятим з каналу вектором $\bar{y}$. Таким чином, правило декодування за максимумом правдоподібності визначається як $\hat{x} = \arg\max_{x \in \tilde{C}} \sum_{j=1}^{n} x_j y_j$.

На підставі правила кореляційного декодування визначаємо наступну цільову функцію:

$$f(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{n} x_j y_j + \sum_{i=1}^{m} \prod_{j \in N(i)} x_j . \qquad (1)$$

У цільовій функції (1) перший доданок відповідає кореляції між біполярним кодовим словом і прийнятим словом, який повинен набувати максимального значення, а другий доданок є сумою складових біполярного синдрому вектору $\bar{x}$. При цьому другий доданок приймає максимальне значення $\sum_{i=1}^{m} \prod_{j \in N(i)} x_j = m$, тільки якщо $\bar{x} \in \tilde{C}$. Таким чином, дану складову можна розглядати як штраф (штрафну функцію), який змушує $\bar{x}$ відповідати дійсному кодовому слову.

Отже, проблема декодування лінійних блокових кодів, зокрема кодів з малою щільністю перевірок на парність, зводиться до вирішення задачі глобальної оптимізації, а саме задачі цілочисельного програмування, та полягає у пошуку максимального значення цільової функції (1), що характеризується нелінійністю, багатоекстремальністю (багато-модальністю) та високою розмірністю простору пошуку.

У [6] запропоновано методи декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність на основі інвертування одного біта або групи бітів з використанням ідей теорії оптимізації, а саме застосування методу градієнтного підйому для знаходження локальних максимумів цільової функції (1). Згідно даного підходу пошук кодового слова є ітеративним процесом, що полягає у дослідженні області пошуку за напрямом, який визначається відповідно до градієнту. Слід зазначити, що наявність локальних максимумів є головним джерелом субоптимальності даного методу декодування та обумовлює доцільність застосування додаткових процедур стохастичного характеру для підвищення ефективності декодування шляхом відбракування векторів, що не є переданим кодовим словом.

Враховуючи наявні обмеження існуючих методів декодування та виходячи з наведених особливостей цільової функції (1), для ефективного вирішення задачі декодування лінійних блокових кодів доцільно застосовувати стохастичні пошукові методи оптимізації. Клас таких методів називають поведінковими, інтелектуальними, метаеврістичними, натхненними природою, ройовими, багатоагентними, популяційними і т.д.

Відомо декілька підходів до класифікації популяційних методів [7], зокрема можна виділити наступні класи таких методів:

- еволюційні методи;
- популяційні методи, натхненні живою природою;
- методи, натхненні неживою природою;
- методи, натхненні людським суспільством;
- інші методи.

При цьому в якості загальної назви членів популяції в даних методах використовується термін «агент». Найважливішим поняттям при застосуванні популяційних методів являється поняття фітнес-функції. Часто дану функцію називають функцією придатності, функцією корисності, функцією пристосованості і т.д. Важливість цієї функції обумовлена тією обставиною, що з її допомогою оцінюють «якість» агентів популяції. В загальному випадку, в процесі міграції агенти рухаються таким чином, щоб наблизитися до глобального максимуму фітнес-функції. Отже, якщо цільова функція $f(\bar{x})$ підлягає максимізації, то відповідна фітнес-функція $\varphi(\bar{x})$ також повинна бути максимізована.

Загальна схема популяційних методів включає в себе такі етапи.

1. Ініціалізація популяції. В області пошуку тим чи іншим чином створюється деяке число початкових наближень до шуканого рішення задачі – ініціалізуємо популяцію агентів.

2. Міграція агентів популяції. За допомогою деякого набору міграційних операторів, специфічних для кожного з популяційних методів, переміщуємо агентів в області пошуку таким чином, щоб, в кінцевому рахунку, наблизитися до шуканого екстремуму цільової функції.

3. Закінчення пошуку. Перевіряємо виконання умови закінчення ітерацій і, якщо вона виконана, закінчуємо обчислення, приймаючи краще зі знайдених положень агентів популяції в якості наближеного рішення задачі. Якщо вказані умови не виконані, повертаємося до виконання етапу 2.

При ініціалізації популяції можуть бути використані детерміновані та випадкові методи. Зазвичай агентів початкової популяції розподіляють випадковим чином по всій області пошуку.

В якості умови закінчення пошуку використовують, як правило, умову досягнення заданого числа ітерацій (поколінь). Часто також використовують умову стагнації, коли краще досягнене значення оптимізуємої функції не змінюється на протязі заданого числа поколінь. Також можуть бути використані інші умови, наприклад, умова вичерпання процесорного часу, відпущеного на вирішення задачі.

Однією з основних проблем при використанні популяційних методів являється проблема забезпечення балансу між інтенсивністю пошуку (швидкістю збіжності методу) і широтою пошуку (диверсифікація пошуку). Інтенсифікація пошуку вимагає швидкої збіжності методу, що означає швидке зменшення різноманітності популяції. Напроти, диверсифікація пошуку покликана забезпечити більш широкий огляд простору пошуку і більш високу ймовірність локалізації глобального екстремуму задачі. Диверсифікація вимагає збереження різноманітності популяції на протязі якомога більшого числа поколінь. Найбільш розвиненими механізмами вирішення проблеми забезпечення балансу між інтенсивністю і широтою пошуку являються механізми адаптації і самоадаптації популяційних методів.

Розглянемо узагальнений підхід до формалізації основних принципів популяційних методів. З математичної точки зору, деякий метод являє собою процедуру створення вихідних значень для заданих вхідних значень. З точки зору оптимізації, деякий метод генерує нове рішення $\overline{x}^{t+1}$ для заданої задачі на основі відомого рішення $\overline{x}^{t}$ на ітерації або у момент часу t.

Тобто, деякий метод можна формально представити як

$$\overline{x}^{t+1} = g(\overline{x}^{t}, \overline{p}(t)), \qquad (2)$$

де $g(\cdot)$ – нелінійне відображення поточного рішення або n-мірного вектору $\overline{x}^{t}$ у новий вектор рішень $\overline{x}^{t+1}$; $\overline{p}(t)$ – вектор параметрів методу.

У загальному випадку метод може мати D параметрів, які можуть залежати від часу і бути налаштовані за необхідності, тобто в цілому маємо вектор параметрів $\overline{p}(t) = (p_1, \ldots, p_D)$.

Тоді на основі (2) деякий ітеративний метод оптимізації цільової функції $f(\overline{x})$ або відповідної фітнес-функції $\varphi(\overline{x})$ з єдиним параметром можна представити у вигляді такої загальної формули:

$$\overline{x}^{t+1} = g(\overline{x}^{t}, \alpha, f(\overline{x})), \qquad (3)$$

де α – параметр методу.

Таким чином, відповідно до (3) утворюється відповідна кускова траєкторія рішень в просторі пошуку, починаючи з початково наближення $\overline{x}_0$, що залежить від параметра α та характеру цільової функції $f(\overline{x})$.

Враховуючи той факт, що популяційні методи засновані на використанні набору агентів, (3) можна представити наступним чином:

$$[\overline{x}_1, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_N]^{t+1} = g([\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_N]^{t}, [\alpha_1, \ldots, \alpha_K]^{t}, f(\overline{x})), \qquad (4)$$

де N – розмір популяції;

$\alpha_1, \ldots, \alpha_K$ – детерміновані параметри методу.

З (4) випливає, що у загальному випадку деякий популяційний метод має розмір популяції N і залежить від інших K параметрів. Таким чином, на відміну від традиційних методів оптимізації на кожній ітерації популяційних методів формується N різних рішень $[\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_N]$.

В сучасних популяційних методах часто використовується рандомізація, що полягає у використанні M додаткових стохастичних параметрів. Для того щоб зобразити наявність даних параметрів більш явно, перепишемо (4) як

$$[\overline{x}_1, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_N]^{t+1} = g([\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_N]^{t}, [\alpha_1, \ldots, \alpha_K]^{t}, [\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_M]^{t}, f(\overline{x})). \qquad (5)$$

де $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_M$ – стохастичні параметри методу.

Фактично дані стохастичні параметри являють собою випадкові величини, що підпорядковані деякому закону розподілу (рівномірному, нормальному тощо).

З (5) випливає, що процес поведінки агентів залежить від детермінованих та стохастичних параметрів популяційних методів, що визначають його особливості і характеризують стан популяції в будь-який момент часу.

Таким чином з урахуванням наведеного вище та [6], представимо метод декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність на основі стохастичної оптимізації наступними етапами.

1. Нехай $x_j = \mathrm{sign}(y_j)$, де $x_j = +1$, якщо $y_j \geq 0$, та $x_j = -1$ – в іншому випадку; для $j \in [1, n]$. В результаті отримаємо вектор $\overline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

2. Якщо перевірочна умова $\prod_{j \in N(i)} x_j = +1$ виконується для всіх $i \in [1, m]$, то вектор $\overline{x}$ є кодовим

словом та процес декодування завершується.

3. Пошук з використанням популяційних методів вектору $\bar{x}$, що забезпечує максимальне значення цільової функції (1).

4. Якщо число ітерацій менше максимального числа ітерацій $L_{\max}$, тоді повертаємося до етапу 2, в іншому випадку – поточний вектор $\bar{x}$ є кодовим словом та процес декодування завершується.

Отже, у процесі декодування згідно даного методу спочатку виконується жорстке рішення на основі прийнятого вектору $\bar{y}$, в результаті якого формується біполярний вектор $\bar{x}$. Якщо перевірочна умова задовольняється для кожного елементу вектору $\bar{x}$, то приймається рішення, що даний вектор є кодовим словом та процес декодування завершується. В противному випадку здійснюється пошук біполярного вектору $\bar{x}$ з використанням популяційних методів до досягнення максимального числа ітерацій $L_{\max}$. Пошук завершується формуванням вектору $\bar{x}$, що забезпечує максимальне значення цільової функції (1) та приймається у якості переданого кодового слова.

Висновки

Класичні методи декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність являються недостатньо ефективними в сучасних телекомунікаційних системах. Встановлено, що задача декодування лінійних блокових кодів може бути сформульована у вигляді задачі цілочисельного програмування. На основі проведеного аналізу властивостей цільової функції запропоновано метод ітеративного декодування лінійних блокових кодів, який заснований на процедурах стохастичної оптимізації. Напрямом подальших досліджень є визначення особливостей і характеристик запропонованого методу декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність шляхом розробки відповідних алгоритмів та комп’ютерної моделі.

Література

1. Штомпель, Н. А. Методы мягкого декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность [Текст] / Н. А. Штомпель // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»: збірник наукових праць. – 2013. – № 27 (1000). – С. 163 – 168.
2. Штомпель, Н. А. Вычислительная сложность методов декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность [Текст] / Н. А. Штомпель // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Харків: ХУПС ім. І. Кожедуба, 2013. – Вип. 6 (113). – С. 177 – 180.
3. Асауленко, И.А. Метод итеративного декодирования линейных блоковых кодов на основе стохастической оптимизации [Текст] / И. А. Асауленко, С.И. Приходько, Н.А. Штомпель // Матеріали стендових доповідей та виступів учасників 28-ої міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті» (м. Харків, 24 – 25 вересня 2015 р.). – Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: науково-технічний журнал. – Харків: УкрДУЗТ, 2015. – Вип. 4 (Додаток). – С. 27 – 28.
4. Асауленко, І. О. Аналіз підходів до підвищення вірогідності передачі даних у інформаційній інфраструктурі залізничного транспорту [Текст] / І. О. Асауленко, М. А. Штомпель // Материалы IX Международной научно-практической конференции «Проблемы экономики и управления на железнодорожном транспорте» (г. Киев, 17 ноября – 14 декабря 2014 г.). – Киев: ЭКУЖТ, 2014. – С. 164.
5. Асауленко, І. О. Дослідження характеристик телекомунікаційних систем з використанням програмних реалізацій каналів зв’язку [Текст] / І. О. Асауленко, М. А. Штомпель // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: науково-технічний журнал. – 2015. – №1. – С. 34–41.
6. Wadayama, T. Gradient descent bit flipping algorithms for decoding LDPC codes / T. Wadayama, K. Nakamura, M. Yagita, Y. Funahashi, S. Usami, I. Takumi // IEEE Transactions on Communications. – 2010. – Vol. 58, № 6. – June. – P. 1610 – 1614.
7. Карпенко, А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой [Текст]: учебное пособие / А.П. Карпенко. – Москва: издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 446 с.

Асауленко И.А., Приходько С.И., Штомпель Н.А. Метод декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность на основе стохастической оптимизации. Рассмотрены классические методы декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность, позволяющие получить жесткое и мягкое решения. Установлено, что задача декодирования линейных блоковых кодов может быть сформулирована в виде задачи целочисленного программирования. На основе проведенного анализа свойств целевой функции предложен метод итеративного декодирования линейных блоковых кодов, который основан на процедурах стохастической оптимизации.

Ключевые слова: декодирование, коды с малой плотностью проверок на четность, целевая функция, популяционные методы.

Asaulenko I.A., Prihodko S.I., Shtompel N.A. The method of decoding codes with low density of even parity checks on the basis of stochastic optimization. Nowadays linear block codes, in particular codes with low density of even parity checks, with the application of iterative decoding methods which are an integral part of a great number of modern telecommunication technologies and standards has become widely used. Classical methods of decoding of codes with low density of even parity checks which allow obtaining hard and soft solutions have been considered. It was established that the task of decoding linear block codes can be formulared in the form of an integer programming problem. Taking into account obvious restrictions of the existing decoding methods and on the assumption of the peculiarities of objective function, it is reasonable to apply stochastic searching methods of optimization to solve the task of decoding linear block codes. The class of such methods is called behavioral, intelligent, inspired by nature, swarm, population etc. The method of iterative decoding of linear block codes which is based on the procedures of stochastic optimization has been proposed. The direction of future researches is to determine the peculiarities and characteristics of the proposed method of decoding codes with low density of even parity checks by means of the development of corresponding algotithms and a computer model.

Key words: decoding, low density even parity check codes, objective function, population methods.

Рецензент д.т.н., професор Краснобаєв В.А. (ХНУ ім. Каразіна)

Поступила 25.09.2015г.

Асауленко Ірина Олександрівна, *студентка групи 4-V-T, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна. E-mail – asaulenko-irina@mail.ru.*

Приходько Сергій Іванович, *доктор технічних наук, професор, проректор з науково-педагогічної роботи, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна. E-mail – xiittc@mail.ru.*

Штомпель Микола Анатолійович, *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри транспортного зв'язку, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна. E-mail – nik-shtompel@yandex.ru.*

Asaulenko I.A., *student, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.*

Prihodko S.I., *Vice-rector for scientific and pedagogical work of Ukrainian State University of Railway Transport, Doctor of Technical Sciences, professor, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.*

Shtompel N.A., *Candidate of Techn. Sciences, docent of "Transport connection" Department, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.*