

УДК 681.3

МИРОШНИК М.А., доктор технических наук, профессор (Украинский государственный университет железнодорожного транспорта),

ПАХОМОВ Ю.В., ассистент (Харьковский национальный университет городского хозяйства)

ГРЕБЕНЮК А.С., аспирантка кафедры АПВТ (Харьковский национальный университет радиоэлектроники)

ФИЛИППЕНКО И.В., кандидат технических наук, доцент (Харьковский национальный университет радиоэлектроники)

## Методы синтеза легкотестируемых цифровых автоматов

*В работе разработан метод преобразования таблицы переходов-выходов (ТПВ) дискретных устройств (ДУ) путем введения дополнительного входного символа и кодирования состояний автомата, обеспечивающего для этого символа функцию переходов автоматной диаграммы сдвигового регистра (СР) и метод нахождения гамильтоновых циклов в графе переходов сдвигового регистра с заданным числом состояний, который порождает счетчиковые двоичные последовательности, формируемые сдвиговым регистром с нелинейными обратными связями. Предложена процедура синтеза легкотестируемых схем с использованием управляемых мультиплексоров.*

*Обосновано применение предложенного метода модификации автоматных диаграмм для реализации легкотестируемых модулей встроенных средств диагностирования.*

**Ключевые слова:** дискретные устройства, методы синтеза, легкотестируемые устройства, цифровые устройства и системы.

### **Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами**

В настоящее время получает широкое распространение использование встроенных средств, реализующих процедуру диагностирования, в специальном режиме самотестирования. Один из распространенных подходов состоит в использовании генераторов тестовых наборов и сигнатурных анализаторов, которые встроены на кристалл или печатную плату. Этот подход в первую очередь рассматривается как путь расширения возможностей служб технической эксплуатации и эффективного восстановления работоспособности сложных систем.

Ввиду сложности экспериментов с автоматами, не имеющими отличительных последовательностей, были предложены различные методы модификаций автоматных моделей дискретных устройств (ДУ), предусматривающие введение аппаратурной избыточности, дополнительных входов и выходов для обеспечения простоты проверяющего эксперимента. Среди известных методов широкое практическое применение находят структурные методы преобразования ДУ, в основе которых используются различные модификации метода сканирования пути. В настоящей статье построен полный проверяющий эксперимент для автоматных моделей таких устройств и получена верхняя оценка длины проверяющей последовательности.

Идентификация автомата из известного класса автоматов осуществляется в результате проверяющего эксперимента с автоматом, который с определенной точностью (для обусловленного класса неисправностей) позволяет определить исправность автомата, то есть соответствие функций переходов и выходов проверяемого автомата и исходного.

Сложность построения проверяющего эксперимента с автоматом определяется свойствами его автоматной диаграммы. К легкотестируемым автоматам будем относить автоматы, для которых задачи тестового диагностирования решаются максимально просто в пределах установленных затрат. Если реальные затраты на выполнение процедуры диагностирования превышают установленные, то объект не относится к классу легкотестируемых. Сделать объект легкотестируемым можно путем сокращения стоимости одного или нескольких главных факторов, определяющих трудоемкость тестового диагностирования.

© М.А. Мирошник, Ю.В. Пахомов, А.С. Гребенюк, И.В. Филиппенко, 2016

**Формулирование целей статьи (постановка задачи)**

Разработать метод преобразования таблицы переходов-выходов (ТПВ) ДУ путем введения дополнительного входного символа и кодирования состояний автомата, обеспечивающего для этого символа функцию переходов ТПВ сдвигового регистра (СР). Разработать метод нахождения гамильтоновых циклов в графе переходов СР с заданным числом состояний, который порождает счетчиковые двоичные последовательности, формируемые СР с нелинейными обратными связями.

**Диагностические свойства сдвигово-регистровых последовательностей**

СР как стандартная однородная и легко тестируемая структура находит широкое применение в дискретных устройствах различного назначения. Известны методы реализации цифровых устройств, у которых в качестве блока памяти используются сдвиговые регистры. Основная проблема, которая решалась в этих работах, связана с нахождением способа кодирования внутренних состояний автоматной модели устройства, обеспечивающего его реализацию с использованием минимального числа СР. Поэтому свойства сдвигово-регистровых последовательностей и реализуемых ими циклов исследовались с позиции этой проблемы. С другой стороны, структурные методы повышения тестопригодности, метод сквозного сдвигового

регистра, сканирования пути, а также некоторые методы преобразования автоматных моделей устройств в легко тестируемые сводятся в конечном итоге к обеспечению в режиме диагностирования управляемой реконфигурации элементов памяти в один СР, последовательный вход и выход которого являются внешними полюсами устройства. Кроме того, устройство, реализуемое на сдвиговых регистрах, является легко тестируемым, так как СР имеет отличительную последовательность минимальной длины. В связи с этим исследование диагностических свойств последовательностей, порождаемых СР, является важной задачей, непосредственно связанной с решением проблемы синтеза легко диагностируемых устройств и систем [1].

Не снижая общности рассуждений, рассмотрим граф переходов  $G_2^3$  трехразрядного СР, представленный на рис. 1. Если начальное состояние СР  $z_0=0(000)$  и на его вход подать последовательность  $P_g=(10111000)$ , то из графа переходов можно определить, что СР последовательно принимает следующие состояния:  $z=(z_1, z_2, z_5, z_3, z_7, z_6, z_4)$ . Так как последовательность  $P_g$  обеспечивает обход всех вершин графа  $G_2^3$  и возвращение в начальное состояние  $z_0$ , то такой замкнутый путь называют гамильтоновым циклом [2].

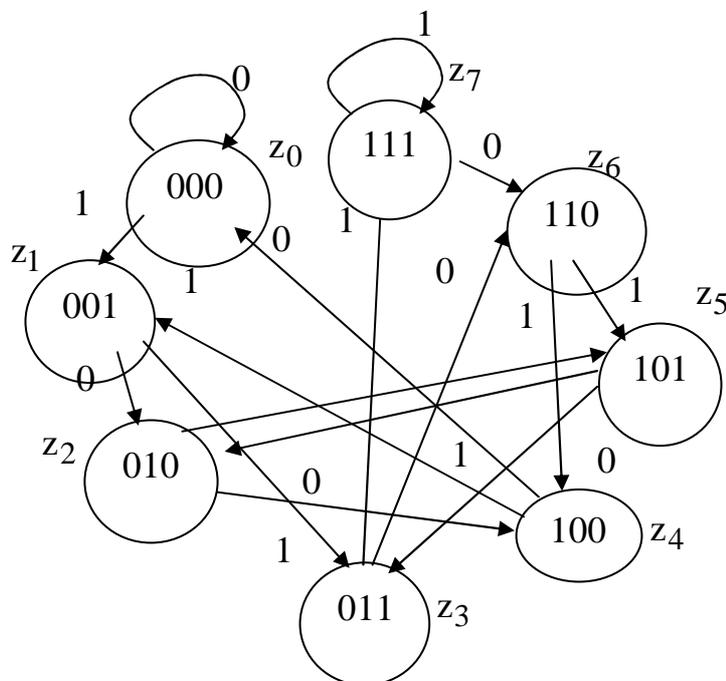


Рис. 1. Граф переходов 3-разрядного СР

Так как граф  $G_2^3$  отражает множество всех переходов трехразрядного СР, последующее состояние которого определяется сдвигом на один разряд предшествующего состояния и запись в младший разряд регистра 0 или 1, то последовательность входных символов и начальное состояние полностью определяет последовательность переходов состояний СР. Пусть в общем случае последовательность  $P_g = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_7)$ ,  $x_i \in \{0,1\}$ . Тогда, если  $P_g$  образует гамильтонов цикл в графе  $G_2^3$ , то начальное состояние СР  $z_4 = (x_5, x_6, x_7)$ . Действительно, в гамильтоновом цикле последняя вершина должна совпадать с начальной. Так как три последних символа определяют конечное состояние, в которое переходит СР в результате приложения  $P_g$ , то три последних символа  $P_g$  определяют начальное состояние СР.

Кроме того, последовательность  $P_g$  содержит информацию о всех переходах СР. Из графа переходов СР  $G_2^3$  легко определить, что для рассматриваемой последовательности  $P_g$  и  $z_H = z_0$ , последовательность состояний СР представляется в виде

$$z_1 = (x_6, x_7, x_0), z_2 = (x_7, x_0, x_1), z_5 = (x_0, x_1, x_2), z_3 = (x_1, x_2, x_3), z_7 = (x_2, x_3, x_4), z_6 = (x_3, x_4, x_5), z_4 = (x_4, x_5, x_6), z_0 = (x_5, x_6, x_7). \quad (1)$$

Из (1) следует, что последовательный циклический сдвиг на один разряд вправо в  $P_g$  и выборка трех символов, начиная с разряда  $x_6$ , определяет последовательность переходов состояний СР.

В общем случае, в графе переходов  $G_2^k$   $k$ -разрядного сдвигового регистра каждая дуга имеет двоичную метку 0 или 1. Так как путь на графе представляет собой последовательность смежных дуг, то любой путь в графе  $G_2^k$  можно представить последовательностью двоичных символов.

Если известна некоторая начальная вершина графа  $Z_i$ , то любая двоичная последовательность  $P_g$  образует путь в графе  $G_2^k$  из  $Z_i$  в определенную конечную вершину.

Граф  $G'(z'_1 F'_z)$  называется подграфом графа  $G(z, F_z)$  и это отношение обозначается  $G' \subset G$ , если  $G'$  образуется из графа  $G$  удалением некоторого множества вершин и дуг, инцидентных этим вершинам, то есть если

$$z' \subseteq Z \text{ и } F'_z = F_z \cap z'.$$

Пусть  $P_g(m)$  – двоичная последовательность длиной  $m$ , которая представляет собой последовательность дуг, образующую путь в подграфе  $G_m \subseteq G_2^k$ . Если  $z_H$  – начальная вершина подграфа  $G_1$ , то  $P_g(1)$  порождает путь в подграфе  $G_1$ , проходящий через вершины  $(z_1, z_2, \dots, z_l)$ .  $\Pi$ -отображением  $P_g(m)$  в  $(z_1, z_2, \dots, z_l)$ ,  $P_g(m)\Pi(z_1, z_2, \dots, z_l)$  называется поэлементное соответствие двоичной последовательности  $P_g(m)$  последовательности вершин подграфа  $G_2 \subseteq G_2^k$  при известной начальной вершине  $z_H$ .

Пусть  $G_n$  – подграф графа переходов  $G_2^k$   $k$ -разрядного сдвигового регистра, образованный из графа  $G_2^k$  удалением  $(2^k - n)$  вершин ( $n < 2^k$ ), а  $P_g = (a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n)$ , где  $a_i \in \{0,1\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , некоторая последовательность из  $n$  двоичных символов. Пусть  $V' = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$  – множество  $k$ -мерных двоичных векторов, полученных из  $P_g$  выборкой “ $k$ ” соседних символов и циклическими сдвигами вправо на один символ  $n$  раз, т.е.

$$V_1 = (a_1, a_2, \dots, a_k), V_2 = (a_2, a_3, \dots, a_{k+1}), \dots, V_i = (a_i, a_{i+1}, \dots, a_{k+i-1}), \dots, V_n = (a_n, a_1, a_2, \dots, a_{k-1}). \quad (2)$$

Если каждому вектору  $V_i, i = \overline{1, n}$  поставлена в соответствие вершина подграфа  $G_n \subseteq G_2^k$  и  $\Pi$ -отображение последовательности  $P_g$  в  $G_n$  образует гамильтонов цикл в  $G_n$ , то множество  $V'$  состоит из  $n$  различных двоичных векторов.

Это необходимые и достаточные условия, которым должна удовлетворять последовательность двоичных символов  $P_g$ , образующая гамильтонов цикл в некотором подграфе  $G_n$  графа  $G_2^k$   $k$ -разрядного СР. Как видно из (2), замечательным свойством такой последовательности является способность различать состояния СР минимальным числом символов  $k = \lceil \log_2 n \rceil$ , что соответствует нижней границе длины отличительной последовательности автомата, имеющего один выход (два выходных символа).

Остается ответить на вопрос: существуют ли для любого  $n < 2^k$  подграфы  $G_n \subseteq G_2^k$ , имеющие гамильтонов цикл, и каким образом выделить такой подграф из полного графа  $G_2^k$   $k$ -разрядного СР?

Известно, что задача поиска в произвольном графе гамильтонова цикла является NP-полной задачей. Известные критерии существования в графе гамильтонового цикла определяют лишь достаточные условия его существования и представляют теоретический интерес. Использовать эти критерии в практических приложениях чрезвычайно трудно. В настоящее время существует сравнительный анализ методов и алгоритмов поиска гамильтоновых циклов в произвольном графе. Из этого анализа следует, что алгебраические методы поиска гамильтоновых циклов не могут быть применены к задачам с более чем несколькими десятками вершин, так как для их решения требуется слишком большая ресурсоемкость ЭВМ. Наиболее приемлемым методом решения этой задачи является метод неявного перебора, впервые предложенный в [2, 3].

Однако можно показать, что граф  $G_2^k$  переходов  $k$ -разрядного СР и определенное подмножество его подграфов относится к классу правильных графов, для которых существует гамильтонов цикл и простая процедура его поиска.

Пусть  $G(V, F_v)$  – ориентированный граф, у которого  $V = \{V_i\}, i = \overline{1, n}$  – множество вершин, а  $F_v$  – отображение множества  $V$  в  $V$ . Граф  $G(V, F_v)$  называется правильным, если для каждой пары вершин  $(V_i, V_j)$  таких, что  $F_{vi} \cap F_{vj} \neq \emptyset$ , выполняется  $F_{vi} \equiv F_{vj}$  и каждый эквивалентный класс содержит  $\alpha$  множеств  $F_v$ , для которых  $|F_v| = \beta$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – произвольные целые положительные числа.

Если  $G$  – сильносвязанный и правильный ориентированный граф, то  $G$  имеет гамильтонов цикл. Это определяет необходимые условия существования в подграфе  $G_n \subseteq G_2^k$  гамильтонового цикла. Если исключить из графа  $G_2^k$  ( $2^k - n$ ) вершин так, чтобы оставшийся граф  $G_n$  был сильносвязанным и правильным, то  $G_n$  будет также иметь гамильтонов цикл. Предложенный Кристофидисом алгоритм поиска гамильтоновых путей с использованием матриц прямых и обратных отображений вершин графа позволяет найти гамильтонов цикл в графе  $G_2^k$  за  $2^k$  шага. Этот алгоритм может быть использован также

для поиска гамильтоновых циклов в произвольном подграфе  $G_n \subseteq G_2^k$ .

Далее будет показано, что использование последовательностей  $Pg(n)$  для кодирования функций переходов и выходов автоматных моделей ДУ обеспечивает простоту их тестового диагностирования.

### Метод преобразования объекта диагностирования в легкотестируемый

Далее рассмотрен метод расширения автоматной модели объекта диагностирования (ОД) с целью преобразования его в легкотестируемый путем добавления одного входного символа, обеспечивающего построение полного безусловного проверяющего эксперимента, длина которого является минимальной для принятых ограничений. В исходной модели автомат предполагается конечным, синхронным, детерминированным, сильносвязным и полностью определенным [4, 5].

*Проверяющим экспериментом* будем называть вход-выходную последовательность, которая идентифицирует эквивалентность проверяемого автомата исправному при заданном ограничении на класс неисправностей. Класс обнаруживаемых неисправностей включает множество устойчивых неисправностей, произвольно искажающих таблицу переходов выходов (ТПВ) исправного автомата, при ограничении, что неисправность не увеличивает числа состояний автомата. Таким образом, при построении проверяющего эксперимента используется функциональная модель неисправностей, которая включает класс кратных константных неисправностей, подкласс коротких замыканий, перепутываний и инверсий.

Определим легкотестируемый ОД, для которого существует безусловный проверяющий эксперимент, имеющий длину, приемлемую для заданных условий проверки его исправности, и алгоритмически просто реализуемый. Свойство алгоритмической простоты реализуемости проверяющего эксперимента позволяет сократить стоимость внешних средств диагностирования и осуществить проверку исправности встроенными средствами диагностирования, что особенно актуально с развитием производства и применения SoC и NoC. Как следует из анализа методов построения полных проверяющих экспериментов с автоматами, легкотестируемым является минимальный, сильносвязный автомат, имеющий отличительную последовательность минимальной длины, синхронизирующие и переводящие последовательности. Если память автомата реализована на триггерных элементах, то с учетом принятого ограничения на класс обнаруживаемых неисправностей, которые не увеличивают числа

состояний автомата, вероятность появления такой неисправности незначительна, когда число состояний точно равно степени 2, то есть  $n = 2^k$ , где  $k$  – число используемых триггеров. Если  $n \neq 2^k$ , то такие неисправности весьма вероятны. Исходя из этого желательно, чтобы исходный автомат имел все  $2^k = n$  состояний [6].

Процедура преобразования автомата, представленная ниже, основана на свойствах счетчиковых и сдвигово-регистровых последовательностей. Впервые Мак Коннелом было предложено использовать счетчиковые функции переходов и выходов автомата для преобразований его в легкотестируемый. Мы будем рассматривать функции переходов и выходов отдельно. С этой целью введем следующее определение.

$$T(z_i, z_{i+1}) = x_0, \quad T(z_i, z_{i+2}) = x_0^{(2)}, \dots, \quad T(z_i, z_{i+k}) = x_0^{(k)}, \quad (4)$$

где  $x_0^{(k)}$  – конкатенация входного символа  $x_0$   $k$  – раз.

Если автомат  $A = (X, Z, Y, \delta, \lambda)$ ,  $Y = \{y_j\}, j = \overline{1, r}$  имеет входной символ  $x_0$ , которому соответствует СФП и  $\lambda(z_i, x_0) = y_j^i$ , где верхний индекс "i" соответствует индексу предыдущего состояния автомата, то приложение к  $A$  входной последовательности  $x_0^{(k)}$  длиной в  $k$  – символов вызывает появление выходной последовательности, а верхние индексы "y" суммируются по  $\text{mod } n$  также, как в (3).

$$\lambda(z_i, x_0^{(k)}) = y_j^i, y_j^{(i+1)}, \dots, y_j^{(i+k)}, j = \overline{1, r}. \quad (5)$$

Не нарушая общности рассуждений, рассмотрим ТПВ произвольного автомата, имеющего  $n = 8$  состояний. Расширим ТПВ автомата добавлением столбца  $x_0$  (таблица 1), в котором функция переходов – СФП в соответствии с (3), а функция выходов (5) кодируется последовательностью  $P_g(3)$ , взятой из таблицы 1. Как видно из отличительного дерева на рисунке (2), автомат  $A1$  имеет однородную отличительную последовательность минимальной длины  $l(x_0) = 3$ .

В общем случае для автомата с  $n$  состояниями справедливо следующее утверждение.

Пусть в автомате  $A = (X, Z, Y, \delta, \lambda)$  с множеством состояний  $Z = \{z_i\}, i = \overline{1, n}$  имеется входной символ  $x_0 \in X$ , приложение которого порождает функцию переходов

$$\delta(z_i, x_0) = z_{(i+1)} \text{ mod } n, \quad \forall i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Функцию переходов вида (3) будем называть *счетчиковой функцией переходов* (СФП).

Добавление столбца в ТПВ произвольного автомата обеспечивает преобразование его в сильносвязный автомат, имеющий для каждого  $L$ -го состояния множество переводящих последовательностей в виде

Таблица 1  
ТПВ автомата  
A1  $z(t+1), \lambda(t)$

$z(t)$	$x_1$	...	$x_m$	$x_0$
$z_0$	.	.	.	$z_1, 1$
$z_1$	.	.	.	$z_2, 1$
$z_2$	.	.	.	$z_3, 1$
$z_3$	.	.	.	$z_4, 0$
$z_4$	.	.	.	$z_5, 1$
$z_5$	.	.	.	$z_6, 0$
$z_6$	.	.	.	$z_7, 0$
$z_7$	.	.	.	$z_0, 0$

$\{z_0 \div z_7\}$   
 $|x_0$   
 $\{z_1, z_2, z_3, z_5\} \{z_0, z_4, z_6, z_7\}$   
 $|x_0$   
 $\{z_0\}, \{z_1\}, \dots, \{z_7\}$

Рис. 2. Отличительное дерево автомата A1 по таблице 1

Пусть в автомате  $A = (X, Z, Y, \delta, \lambda)$ , у которого  $z = \{z_i\}, i = \overline{1, n}$ ,  $y = \{y_j\}, y_j \in \{0, 1\}$ , имеется входной символ  $x_0$ , определяющий СФП и  $\lambda(z_i, x_0^{(n)}) = y_j, y_{j+1}, \dots, y_{j+n} = P_g(n)$ , где  $P_g(n)$  – последовательность из  $n$  двоичных символов. Если  $\Pi$  – отображение последовательности  $P_g(n)$ , кодирующей функцию выходов автомата, в последовательность вершин подграфа переходов  $G_n \subseteq G_2^k$   $k$  – разрядного СР является его гамильтоновым циклом, то  $A$  имеет однородную отличительную последовательность  $x_0 = x_0^{(k)}$  длиной  $k = \lceil \log_2 n \rceil$ .

Данное утверждение легко обобщить на класс автоматов, имеющих  $n$  состояний и " $m$ " выходных символов, а, следовательно  $r = \lceil \log_2 m \rceil$  выходных полюсов. Очевидно, для такого автомата длина минимальной отличительной последовательности равна  $\left\lceil \frac{\log_2 n}{\log_2 m} \right\rceil$ .

Используя  $r$  выходных полюсов  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$  закодируем функцию выходов в столбце ТПВ  $x_0$  следующим образом. Пусть множеству состояний  $z(t) = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  однозначно соответствует множество выходных символов  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  на выходном полюсе  $Y_1$  при входном символе  $x_0$ . Закодируем функции выходов остальных  $(r-1)$  полюсов в следующем виде:

$$\lambda(t) = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 & Y_3 & \dots & Y_r \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_r \\ y_2 & y_3 & y_4 & \dots & y_{r+1} \\ y_3 & y_4 & y_5 & \dots & y_{r+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ y_n & y_1 & y_2 & \dots & y_{r-1} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В (6) выходные переменные  $Y_2, Y_3, \dots, Y_r$  кодируются последовательностями, которые получают циклическим сдвигом влево на один символ  $y_i$  каждой предыдущей последовательности. Если  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  – последовательность, порождающая гамильтонов цикл в подграфе  $G_n$ , то матрица (6) совпадает с матрицей (6). Это означает, что при  $m = n$  каждая строка матрицы (6) будет соответствовать двоичному коду вершины подграфа переходов  $G_n \subseteq G_2^k$   $k$  – разрядного СР и отличать все состояния автомата друг от друга за один шаг приложения входного символа  $x_0$ . Для  $m < n$  число приложений  $x_0$ , образующих отличительную последовательность, определится отношением  $\left\lceil \frac{\log_2 n}{\log_2 m} \right\rceil$ .

Табл. 2 иллюстрирует вариант кодирования функции выходов автомата в столбце  $x_0$  в соответствии с (6) для случая, когда автомат имеет два

выходных полюса ( $r = 2$ ) и четыре входных символа ( $m = 4 - 00, 01, 10, 11$ ). Вариант кодирования функции выходов обеспечивает получение однородной отличительной последовательности минимальной длины  $\left\lceil \frac{\log_2 8}{\log_2 4} \right\rceil = 2$  (рис. 3).

Таблица 2  
ТПВ автомата А2  
для  $r = 2(x_0 = x_0 x_0)$   
 $z(t+1), \lambda(t)$

$z(t)$	$x_i$	$x_0$
$z_0$	.	$z_1, 11$
$z_1$	.	$z_2, 11$
$z_2$	.	$z_3, 10$
$z_3$	.	$z_4, 01$
$z_4$	.	$z_5, 10$
$z_5$	.	$z_6, 00$
$z_6$	.	$z_7, 00$
$z_7$	.	$z_0, 01$

$\{z_0 \div z_7\}$   
 $|x_0$   
 $\{z_1, z_2\} \{z_3, z_5\} \{z_0, z_4\} \{z_6, z_7\}$   
 $|x_0$   
 $\{z_1\}, \{z_2\}, \dots, \{z_7\}$

Рис. 3. Отличительное дерево автомата А 2 по таблице 2

В общем случае для произвольного автомата с  $n$ -состояниями добавление столбца  $x_0$  в ТПВ, содержащего счетчиковую функцию переходов и функцию выходов, которая кодируется двоичными последовательностями  $P_g(n)$ , порождающими гамильтоновы циклы в подграфе переходов  $G_n \subseteq G_2^k$   $k$  – разрядного СР, обеспечивает связность, минимальность автомата и наличие в нем отличительной последовательности минимальной длины [7].

Рассмотрим процедуру построения полной проверяющей последовательности для автоматов, имеющих в ТПВ столбец  $x_0$ , закодированный по предложенной выше методике.

Пусть автомат имеет  $n$  состояний,  $m$  входных символов, не исключая символ  $x_0$ , и " $k$ " выходных символов. Столбец  $x_0$  ТПВ обеспечивает автомат отличительной последовательностью  $x_0$  минимальной длины  $L_0 = \left\lceil \frac{\log_2 n}{\log_2 k} \right\rceil$ , а счетчиковая функция переходов – переводящими последовательностями  $\dots l(T(z_i, z_{i+n-1})) = (n-1)$ .

Начальная фаза эксперимента  $T_H$

$$\begin{array}{cccccc} x: & x_c & x_0 & x_c & x_0 & x_c \\ z & z_1 & q_c & z_1 & q_c & z_1 \end{array} \quad (7)$$

Длина фазы  $T_H$  из (3) равна

$$l(T_u) = 3 + 2L_0. \quad (8)$$

Фаза идентификации состояний представляется последовательностью

$$\begin{array}{cc} x: & (x_0)^n \\ z & z_1 \quad z_1 \end{array}, \quad l(T_u) = n \quad (9)$$

Проверка правильности переходов в начальное состояние  $z_i \rightarrow z_c$  осуществляется в фазе  $T_C$ , фаза проверки правильности переходов автомата проверяется в фазе  $T_H$ .

Полная длина проверяющей последовательности автомата, преобразованного на основе предложенного метода, определяется путем суммирования длин всех четырех фаз эксперимента.

Суммируя правые части выражений (7), (9), получим

$$l(T) \leq \left(\frac{mn}{2} + 2\right) \cdot (n + 2L_0 + 3), \quad L_0 = \left\lceil \frac{\log_2 n}{\log_2 k} \right\rceil. \quad (10)$$

Несмотря на существование в автомате отличительной последовательности минимальной длины, длина полной проверяющей последовательности растет в квадратичной зависимости от числа состояний. Эта зависимость определяется суммарной длиной переводящих последовательностей. Однако можно показать, что с учетом принятых ограничений предложенный метод преобразования автомата в легкотестируемый является оптимальным, а полученная оценка верхней границы длины (8) является минимальной для произвольного автомата, у которого процедура преобразования в легкотестируемый предусматривает введение одного дополнительного входного символа [8].

Поначальному предположению исходный автомат не обязательно минимальный и сильносвязный. Добавляя один столбец  $x_0$  в ТПВ исходного автомата, необходимо обеспечить его минимальность, сильносвязность и существование однородной отличительной последовательности.

Для этого необходимо и достаточно, чтобы столбец  $x_0$  представлял собой минимальный подавтомат с  $n$ -состояниями. Так как столбец  $x_0$  содержит все  $n$  состояний, то свойство сильносвязности может быть обеспечено только счетчиковой функцией переходов или любым ее изоморфным отображением на множестве всех состояний, не содержащим частных циклов длиной менее  $n$ . Суммарная длина множества переводящих последовательностей для такой функции переходов не превышает  $\frac{n(n-1)}{2}$  входных символов.

Кодирование функции выходов в столбце  $x_0$  последовательностями  $P_g(1)$ , как было обосновано выше, обеспечивает существование в автомате однородной отличительной последовательности минимальной длины. Таким образом, при наличии в автомате синхронизирующей последовательности минимальной длины (вход  $x_c$  — сброс в начальное состояние) построенный эксперимент имеет минимальную длину полной проверяющей последовательности [9].

В методе преобразования автомата в легко тестируемый, предложенном в настоящей работе, "проигрыш" в длине эксперимента по сравнению с названными выше работами компенсируется простотой и регулярностью схемных реализаций, обеспечивающих улучшение контролепригодности ОД. Кроме того, как будет показано ниже, возможность использования дополнительных входов позволяет в предлагаемом методе также сократить длину эксперимента.

### Кодирование автоматной модели ОД, оптимальное по тестопригодности

Известно, что если ОД описан моделью автомата Мили или Мура, представленного в минимальной форме, то сложность его схемной реализации определяется вариантом кодирования внутренних состояний автомата. Проблема оптимального кодирования состояний автомата, решение которой обеспечивало бы реализацию ОД минимальной сложности, изучалась в рамках структурной теории автоматов. Поскольку количество отличающихся друг от друга вариантов кодирования возрастает экспоненциально с ростом числа переменных состояний, то эта проблема относится к классу NP-полных задач, которые в общем случае решения не имеют. Кроме того, значительное снижение стоимости логического вентиля с ростом степени интеграции современных БИС и СБИС сместило изучение этой проблемы в область истории развития теории переключательных схем и автоматов [10].

С другой стороны, рост сложности ОД, современные тенденции развития методов проектирования легкотестируемых устройств предопределяют актуальность постановки в рамках структурной теории автоматов проблемы оптимального кодирования состояний, обеспечивающего простоту проверки его исправности.

В такой постановке эта проблема требует дополнительного обоснования и уточнения. Будем исходить из принятого выше определения легкотестируемого автомата, у которого имеется короткая отличительная, синхронизирующая и переводящая последовательности. Так как эти последовательности находятся из ТПВ исходного автомата, заданного на абстрактном уровне его описания, то вариант кодирования состояний не изменяет свойства диагностических последовательностей автомата. Однако это справедливо для узкого класса автоматов, имеющих перечисленные выше вход-выходные последовательности. В общем случае, если задан произвольный автомат, не имеющий этих последовательностей, его необходимо преобразовать в легкотестируемый так, чтобы затраты на его

преобразование были минимальными. Можно показать, что в этом случае кодирование состояний определяет сложность схемной реализации тестопригодного автомата [11].

Рассмотрим эту проблему на следующем примере. Пусть задан произвольный несильносвязный автомат А2 (табл. 3), не имеющий отличительной последовательности. Преобразуем автомат А2 в легкотестируемый, добавляя в исходную ТПВ столбец  $x_0$  в соответствии с методикой, предложенной в предыдущем разделе. Пусть, например, автомат имеет  $n = 5$  состояний и один выход. Табл. 3 иллюстрирует ТПВ модифицированного автомата, у которого в столбце  $x_0$  имеется счетчиковая функция переходов и функция выходов  $P_g(0)$ .

Рассмотрим два варианта кодирования состояний автомата А2, которые иллюстрируются таблицами 4 и 5.

Из карт Карно на рис. 4 и 5 определяются функции переходов и выходов для двух рассматриваемых вариантов кодирования состояний автомата.

Таблица 3  
ТПВ автомата А2

$z(t+1), \lambda(t)$		
$z(t)$	$x_i$	$x_0$
A	.	B,1
B	.	C,1
C	.	D,0
D	.	E,0
E	.	A,0

Таблица 4  
Кодированная ТПВ автомата А2  
(вариант 1)

$z(t) \quad z(t+1), \lambda(t)$		
$z_1 z_2 z_3$	$x_i$	$x_0$
000	.	001,1
001	.	010,1
010	.	011,0
011	.	100,0
100	.	000,0

Таблица 5  
Кодированная ТПВ автомата А2  
(вариант 2)

$z(t) \quad z(t+1), \lambda(t)$		
$z_1 z_2 z_3$	$x_i$	$x_0$
000	.	100,1
100	.	110,1
110	.	011,0
011	.	001,0
100	.	000,0

$z_1(t+1)$	$z_2 z_3$			
$z_1$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	-	-	-

$$z_1(t+1) = z_2 z_3$$

$z_3(t+1)$	$z_2 z_3$			
$z_1$	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	-	-	-

$$z_3(t+1) = \bar{z}_1 \bar{z}_3$$

$z_2(t+1)$	$z_2 z_3$			
$z_1$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	-	-	-

$$z_2(t+1) = \bar{z}_2 z_3 + z_2 \bar{z}_3$$

$y(t)$	$z_2 z_3$			
$z_1$	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	-	-	-

$$y(t) = \bar{z}_1 \bar{z}_2$$

Рис. 4. Карты Карно функции переходов и выходов А2

Сложность реализации предложенного расширения ТПВ исходного автомата определяется сложностью реализации функции переходов и выходов, соответствующих столбцу  $x_0$ . Будем рассматривать реализацию столбца  $x_0$  отдельно от

реализации основной функциональной части исходного автомата, соответствующей столбцам  $x_i, i = \overline{1, m}$ . Общими для всех столбцов ТПВ являются лишь коды состояний автомата в столбец  $z(t)$  ТПВ.

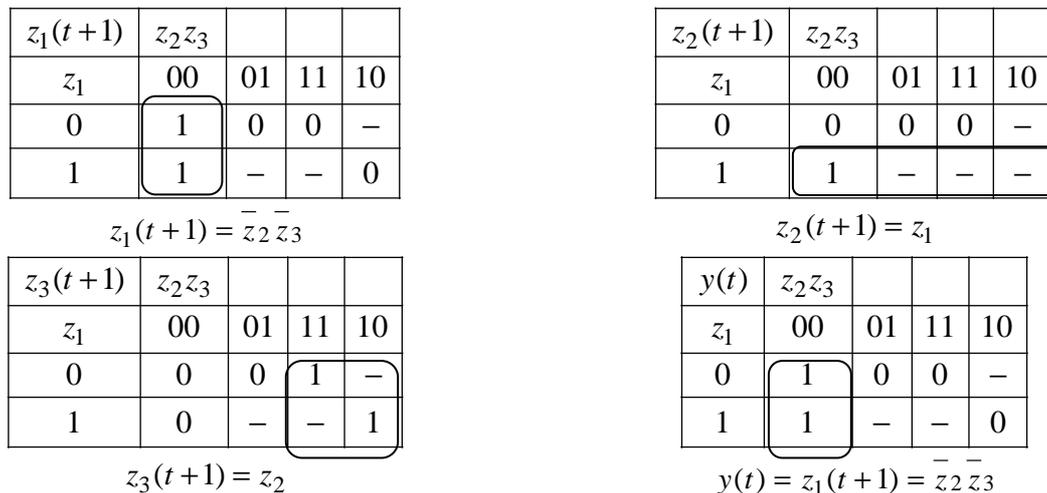


Рис. 5. Карты Карно функции переходов – выходов А2

В этом случае функции переходов и выходов в столбце  $x_0$  зависят только от внутренних переменных автомата при условии, что входной символ  $x_0$  коммутирует эти функции в режиме функционирования и контроля.

Нетрудно определить, что вариант кодирования, задаваемый табл. 3, представляет простейшую реализацию столбца  $x_0$ . Коды состояний автомата (табл. 4) получены циклическим сдвигом последовательности  $P_g(5) = (11000)$ , порождающей гамильтонов цикл в подграфе  $G_5 \subseteq G_2^k$  3-разрядного СР.

Эта же последовательность кодирует функцию выходов автомата, обеспечивая наличие однородной отличительной последовательности минимальной длины. В общем случае для реализации легкотестируемого автомата с произвольным числом состояний оптимальное кодирование можно определить следующим образом.

Пусть задан автомат, имеющий  $n$  состояний  $z = \{z_i\}, i = \overline{1, n}$ . Кодирование внутренних состояний автомата является оптимальным по тестопригодности, если между кодами состояний автомата и кодами вершин подграфа  $G_n \subseteq G_2^k$   $k$ -разрядного СР, в котором последовательность  $P_g(n)$  порождает

гамильтонов цикл, существует взаимно однозначное соответствие. Множество двоичных векторов, соответствующих множеству вершин подграфа  $G_n$ , будем называть оптимальным кодом произвольного автомата с  $n$ -состояниями.

Как было показано выше, для любого числа  $n$  существует последовательность  $P_g(n)$ , порождающая гамильтонов цикл в подграфе  $G_n$   $k$ -разрядного СР. Следовательно, оптимальный код существует для любого детерминированного автомата с  $n$ -состояниями.

Расширение ТПВ автомата путем добавления столбца  $x_0$ , в общем случае реализующего произвольную функцию переходов и выходов, приводит к преобразованию структуры ОД, к стандартному виду Scan Path, представленной на рис. 6.

Входная переменная  $x_0$  управляет мультиплексорами 1 из 2, которые коммутируют функции возбуждения триггеров  $T_1 \div T_p$  и функцию выхода  $y_k$ . В режиме нормального функционирования  $x_0 = 0$ . Входы триггеров в этом режиме управляются функциями возбуждения  $f_i = (x_1, x_2, \dots, x_m, q_1, q_2, \dots, q_p)$ ,  $i = \overline{1, p}$ , реализующими функции переходов исходного

автомата. К выходному полюсу  $Y_k$  подключается функция выходов "k"-й выходной переменной автомата.

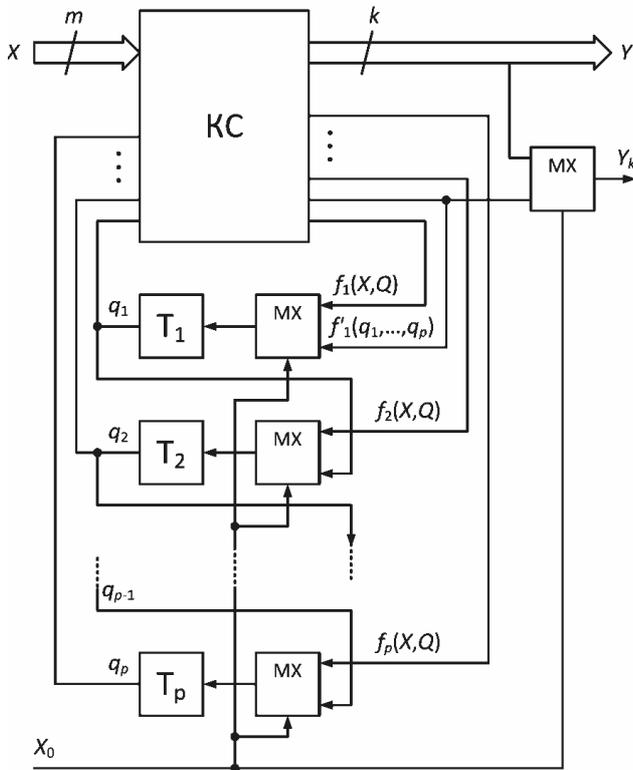


Рис. 6. Структурная модель легко тестируемого ОД

В режиме формирования диагностических последовательностей ( $x_0 = 0$ ) входы  $T_1 \div T_p$  управляются функциями возбуждения  $f'_i = (q_1, q_2, \dots, q_p)$   $i = \overline{1, p}$  модифицированной ТПВ автомата, а к выходному полюсу  $Y_k$  подключается функция выходов столбца  $x_0$ . Если функция выходов в столбце  $x_0$  кодируется "k"-переменными, то используется "k" мультиплексов для переключения всех выходных полюсов в режимах функционирования и диагностирования.

Если на этапе структурного синтеза автомата для кодирования состояний используются оптимальные коды, то сокращаются аппаратные затраты на реализацию комбинационной части автомата. В этом случае, как следует из анализа структурной модели автомата на рис. 6, требуется реализовать лишь функцию выхода  $Y_k$ , которая совпадает с функцией возбуждения  $f'_1 = (q_1, q_2, \dots, q_p)$  триггера  $T_1$ .

Связь между многочленами, порождающими циклические коды максимальной длины, и последовательностями  $P_g(n)$ , порождающими гамильтоновы циклы в графе переходов  $G_2^p$   $p$ -разрядного СР, определяет простоту и регулярность реализации функции  $f'_1 = (q_1, q_2, \dots, q_p)$  для любого числа  $n = 2^p$  состояний автомата.

Известно, что  $p$ -разрядный СР с линейной обратной связью принимает за  $(2^p - 1)$  тактов множество  $2^p - 1$  различных состояний, если обратная связь реализуется в соответствии с выбранным примитивным и неприводимым характеристическим многочленом степени  $p$ . Наиболее просты в реализации характеристические многочлены вида

$$Y(x) = x^p + x^j + 1. \quad (11)$$

Линейная обратная связь, соответствующая (11), образуется суммированием по  $\text{mod}2$  выходных разрядов "p" и "j" СР, то есть на входе первого триггера СР формируется функция

$$f = q_p \oplus q_j, \quad (12)$$

где  $q_p (q_j)$  – выход триггера разряда  $P(j)$  СР.

Из всех возможных состояний СР с функцией обратной связи (12) не формируется только одно состояние  $(0, 0, \dots, 0)$ . Существует простое схемное решение, позволяющее включить это состояние в полный цикл последовательности состояний СР [6]. Образует элементарную конъюнкцию

$$m_j = \bar{q}_\alpha \cdot \bar{q}_\beta \cdot \dots \cdot \bar{q}_\omega, \quad (13)$$

где  $\alpha, \beta, \omega$  - номера  $(p-2)$  разрядов СР, в которые не входят разряды  $q_p, q_j$ .

Если схема обратной связи СР реализует функцию

$$f_{oc} = q_p \oplus (q_j + m_j), \quad (14)$$

то последовательность состояний СР включает состояние  $(0, 0, \dots, 0)$ . Если характеристический многочлен имеет вид

$$\varphi(x) = x^p + x^a + x^b + \dots + x^j + 1, \quad (15)$$

где  $j$  – наименьший показатель степени, входящий в  $Y(x)$ , то функция обратной связи, формирующая состояние  $(0,0,\dots,0)$  СР, реализуется по формуле

$$f_{oc} = q_p \oplus q_a \oplus q_b \oplus \dots \oplus (q_j + m_j), \quad (16)$$

где  $m_j$  – элементарная конъюнкция, определенная (13).

### Выводы

В работе разработан метод преобразования таблицы переходов-выходов дискретных устройств путем введения дополнительного входного символа и кодирования состояний автомата, обеспечивающего для этого символа функцию переходов автоматной диаграммы СР и метод нахождения гамильтоновых циклов в графе переходов СР с заданным числом состояний, который порождает счетчиковые двоичные последовательности, формируемые СР с нелинейными обратными связями. Предложена процедура синтеза легкотестируемых схем с использованием управляемых мультиплексоров.

Обосновано применение предложенного метода модификации автоматных диаграмм для реализации легкотестируемых модулей встроенных средств диагностирования.

### Литература

1. Горяшко, А. П. Логические схемы и реальные ограничения: методы синтеза, оценка сложности [Текст] / А.П. Горяшко. – М.: Энергоиздат, 1982. – 184 с.
2. Основы технической диагностики [Текст] / [под ред. П.П. Пархоменко, Е.С. Согомонян]. – М.: Энергия, 1981. – 320 с.
3. Рейнгольд, Э., Комбинаторные алгоритмы [Текст] / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део. – М.: Мир, 1980. – 476 с.
4. Беличенко, Т. П. Нахождение кратчайшей различающей последовательности для конечного автомата [Текст] / Т.П. Беличенко, Г.И. Белов, Л.В. Дербунович. – в кн.: Гибрид, вычислит, машины и комплексы. – К.: Наукова думка, 1980. – С. 36-39.
5. Белов, Г. И. Синтез контролепригодных дискретных устройств с элементами памяти [Текст] / Г.И. Белов, Л.В. Дербунович. – в кн.: Техническая диагностика, эксплуатация управляющих и вычислительных машин. – К.: Наукова думка, 1980. – С. 76-85.
6. Балашов, Е. П. Проектирование процессорных модулей на основе интегральной элементно-технологической базы [Текст] / Е.П. Балашов, В.Е. Кочетков, Д.В. Пузанков // Приборы и системы управления. – 1980. - № 9. -С. 14-17.
7. Бережная, М. А. Синтез синдромно-тестируемых логических контроллеров. Ч. 2: Примеры синтеза легкотестируемых схем [Текст] / М.А. Бережная, Д.А. Татаренко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2005. – №3 (53). – С. 49-53.
8. Бережная, М. А. Синтез дискретных устройств методом последовательной декомпозиции автоматных моделей [Текст] / М.А. Бережная, Л.В. Дербунович, Я.Ю. Королева, М.Г. Рыжикова // Вестник НТУ “ХПИ”. Сб. науч. тр. Тем. выпуск: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ “ХПИ”, – 2007. – № 36. – С. 16-25.
9. Бережная, М. А. Синтез проверяющих тестов для однородных структур на основе циклических отличительных последовательностей [Текст] / М.А. Бережная, Л.В. Дербунович, Я.Ю. Королева, М.Г. Рыжикова // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2008. – № 4. – С. 29–33.
10. Мирошник, М. А. Синтез проверяющих тестов для телекоммуникационных сетей на основе циклических отличительных последовательностей [Текст] / М.А. Мирошник, Я.Ю. Королева // Системи обробки інформації. Інформаційні проблеми акустичних, радіоелектронних та телекомунікаційних систем. – 2012. – Вип. 6 (104). – С. 108-113.
11. Miroshnik, M. Design of a built-in diagnostic infrastructure for fault-tolerant telecommunication systems Miroshnik, M.; Zagarij, G.; Derbunovich, L. Modern Problems of Radio Engineering Telecommunications and Computer Science (TCSET), 2012 International Conference on Year: 2012 Pages: 384 – 384 IEEE Conference Publications.

**Мірошник М.А., Пахомов Ю.В., Гребенюк А.С., Філіпенко І.В. Методи синтезу легкотестованих цифрових пристроїв і систем.** В роботі розроблений метод перетворення таблиці переходів-виходів дискретних пристроїв шляхом введення додаткового вхідного символу і кодування станів автомата, що забезпечує для цього символу функцію переходів автоматної діаграми зсувного регістру, і метод знаходження гамильтонових циклів у графі переходів зсувного регістру з заданим числом станів, який породжує лічильникові виконавчі послідовності, що формуються зсувним регістром з нелінійними зворотними зв'язками. Запропонована процедура синтезу легкотестованих схем з використанням керованих мультиплексорів.

Обґрунтовано застосування запропонованого методу модифікації автоматних діаграм для реалізації легкотестованих модулів убудованих засобів діагностування.

**Ключові слова:** дискретні пристрої, методи синтезу, легкотестовані пристрої, цифрові пристрої і системи.

**Miroshnyk M.A., Pakhomov Y.V., Grebeniuk A.S., Filipenko I.V. Methods of synthesis of easily testable digital devices and systems.** The analysis of previously published works in the field of experiments with automates shows that the methods of constructing of diagnostic experiments with automates, having a distinctive sequence are studied in majority of cases. The known experiments with initial automates are based on the assumption of correctness of automate setting to the initial state. Therefore, methods of construction of complete checking sequences using the distinctive, characteristic and synchronizing sequences, which also verify the correctness of the initial setting are proposed in this article for the class of initial automates.

The purpose of creating of method of transformation of automate diagram of discrete devices by introduction of additional input symbol and automate state coding, which provides for this symbol transition function of automate diagram of shift register is set in the article. As well creating of method of finding of Hamiltonian cycles in transition graph shift register with given number of states, which create counter binary sequences that formed by shift register with nonlinear feedback is the purpose of the research.

**Key words:** discrete devices, methods of synthesis, lung, test devices, digital devices and systems.

Рецензент Листровой С.В., д.т.н., профессор, профессор кафедры СКС (УкрГУЖТ)

*Поступила 30.09.2016 г.*

**Мирошник М.А., д.т.н., профессор кафедры СКС Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, Харьков, Украина.**

**Пахомов Ю.В., ассистент, Харьковский национальный университет городского хозяйства, Харьков, Украина.**

**Гребенюк А.С., аспирантка кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: техническая диагностика цифровых автоматов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-26.**

**Филиппенко И.В., к.т.н., доцент кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: проектирование микроконтроллерных систем и цифровых автоматов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-26.**

**Miroschnyk Maryna, Dr. of tech. science, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.**

**Pakhomov Y.V., assistant, Kharkiv National University of municipal economy, Kharkiv, Ukraine.**

**Grebenyuk A.S., APVT graduate student, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.**

**Filipenko I.V., Ph.D., associate professor, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.**