

ПАНЧЕНКО С. В., д-р техн. наук,
 АНАНЬЕВА О.М., канд. техн. наук,
 ДАВИДЕНКО М.Г., канд. техн. наук,
 БАБАЕВ М.М., д-р техн. наук (Украинский государственный университет железнодорожного транспорта)

Инженерная интерпретация функции правдоподобия аддитивной смеси сигнала и двухкомпонентной помехи

Рассмотрено аналитическое описание функции правдоподобия для ситуации, когда структурно-детерминированный сигнал принимается на фоне аддитивной двухкомпонентной марковской помехи. Представлены структурные схемы узла вычисления корреляционной суммы и узла вычисления взвешенной энергетической суммы для произвольной плотности распределения вероятности помех. Они основаны на выполнении инженерно легкорезализуемых математических операций и являются базовыми для построения устройства оптимального приёма сигнала в условиях действия двухкомпонентной марковской помехи.

Ключевые слова: математическое ожидание, дисперсия, гауссовская случайная величина, функции правдоподобия, двухкомпонентная марковская помеха.

Введение

В настоящее время для подавления многокомпонентных помех в радиоэлектронных системах развит ряд методов, возможности технической реализации каждого из которых в значительной степени зависят от вида и объёма выражения, описывающего функцию правдоподобия смеси сигнала и помех.

Постановка задачи и анализ исследований

Необходимость подавления многокомпонентных помех в работе радиоэлектронных систем стимулировала разработку ряда специальных методов [1 - 3]. В работе [3] получено аналитическое описание функции правдоподобия, которое может быть принято в качестве исходного для получения математического описания инженерно реализуемого устройства оптимального приёма сигнала на фоне двухкомпонентной марковской помехи.

Основной материал

Полученное ранее в [3] выражение для функции правдоподобия может быть упрощено. Во-первых, можно объединить первые два слагаемых:

$$E\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \cdot p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1}) du_k du_{k+1}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \ln p(u_1|\vec{\lambda}) + \sum_{k=1}^{K-1} \ln p(u_{k+1}, \Delta t|u_k) = \\ = \ln \left[p(u_1|\vec{\lambda}) \cdot \prod_{k=1}^{K-1} p(u_{k+1}, \Delta t|u_k) \right] = \text{const} = H. \quad (1) \end{aligned}$$

Далее приступим к упрощению выражений, содержащих функции $f_{sk}(\dots)$ и $f_{sk+1}(\dots)$. Согласно центральной предельной теореме каждая из сумм будет гауссовской случайной величиной, т.к. на практике величина K велика. Для описания гауссовской плотности распределения вероятности достаточно знать математическое ожидание и дисперсию. Ищем математическое ожидание величины суммы с $f_{sk}(\dots)$:

$$E\left\{\sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\right\} = \sum_{k=1}^{K-1} E\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\}. \quad (2)$$

Величину математического ожидания одиночного слагаемого находим как

где $p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1})$ – совместная (двумерная) плотность вероятности величин u_k и u_{k+1} . Разложим эту плотность в двумерный ряд Тейлора по s_k и s_{k+1} в окрестности точки (0,0) и удержанием первых двух членов:

$$p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1}) \approx p_2(u_k, u_{k+1}) + \left. \frac{\partial p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1})}{\partial s_k} \right|_{\substack{s_k=0 \\ s_{k+1}=0}} \cdot s_k + \left. \frac{\partial p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1})}{\partial s_{k+1}} \right|_{\substack{s_k=0 \\ s_{k+1}=0}} \cdot s_{k+1}.$$

Поскольку точка (s_k, s_{k+1}) является модой плотности распределения вероятности суммы сигнала и помехи, то в этой точке производные первого порядка равны нулю, в результате чего из последнего выражения следует

$$p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1}) \approx p_2(u_k, u_{k+1}).$$

С учетом этого выражение (3) приобретает вид

$$E\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \cdot p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1}.$$

$$\gamma_{sk}^2 = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left[\frac{p'_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \right]^2 \cdot p_2(u_k, u_{k+1}) \cdot du_k \cdot du_{k+1} = \quad (5)$$

$$= E \left\{ \left[\frac{\partial \ln p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{\partial u_k} \right]^2 \right\} \quad (6)$$

Подставив (5) в (2), получим

$$E \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} = -\gamma_{sk}^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k^2. \quad (7)$$

Теперь найдем дисперсию суммы (2). Согласно [5] дисперсия этой суммы есть

Примем во внимание, что $p_2(u_k, u_{k+1}) = p(u_{k+1}, \Delta t | u_k) \cdot p(u_k)$. Подставив это выражение, а также выражение для $f_{sk}(\dots)$ из работы [3], получим

$$E\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} \approx \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left\{ \frac{p''_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} - \left[\frac{p'_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \right]^2 \right\} \cdot s_k^2 \times \\ \times p(u_{k+1}; \Delta t | u_k) \cdot p(u_k) \cdot du_k \cdot du_{k+1} = \\ = s_k^2 \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} p''_{sk}(u_{k+1}, \Delta t | u_k) \cdot p(u_k) \cdot du_k \cdot du_{k+1} - \\ - s_k^2 \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left[\frac{p'_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \right]^2 \cdot p_2(u_k, u_{k+1}) \cdot du_k \cdot du_{k+1}.$$

Поскольку

$$\iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} p''_{sk}(u_{k+1}, \Delta t | u_k) \cdot p(u_k) \cdot du_k \cdot du_{k+1} = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} p''_{sk}(u_{k+1}) \cdot du_{k+1},$$

а последний интеграл, согласно [4], равен нулю, то

$$E\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} \approx -s_k^2 \cdot \gamma_{sk}^2, \quad (4)$$

где

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} = \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=1}^{K-1} R_{f_{kl}} \cdot \sqrt{D\{f_{sk}(\dots)\} \cdot D\{f_{sl}(\dots)\}}, \quad (8)$$

где коэффициенты корреляции равны

$$R_{f_{kl}} = \frac{E\{[f_{sk}(\dots) - E\{f_{sk}(\dots)\}] \cdot [f_{sl}(\dots) - E\{f_{sl}(\dots)\}]\}}{\sqrt{D\{f_{sk}(\dots)\} \cdot D\{f_{sl}(\dots)\}}} = \frac{E\{[f_{sk}(\dots) + s_k^2 \gamma_{sk}^2] \cdot [f_{sl}(\dots) + s_l^2 \gamma_{sl}^2]\}}{\sqrt{D\{f_{sk}(\dots)\} \cdot D\{f_{sl}(\dots)\}}}, \quad (9)$$

Дадим дисперсии оценку сверху. Во-первых, положим, что все коэффициенты корреляции равны единице. Во-вторых, положим, что все дисперсии равны $D\{f_{sk}(\dots)\}$. Тогда левая часть выражения (8) будет меньше, чем

$$\sum_{l=1}^{K-1} \left[\sum_{k=1}^{K-1} D\{f_{sk}(\dots)\} \right],$$

т. е.

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(\dots) \right\} < (K-1) \cdot \sum_{k=1}^{K-1} D\{f_{sk}(\dots)\}. \quad (10)$$

Найдем выражение для $D\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\}$. Согласно математическому определению дисперсии имеем

$$D\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} [f_{sk}(\dots) - E\{f_{sk}(\dots)\}]^2 p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1}) \cdot du_k du_{k+1}. \quad (11)$$

Представив двумерную плотность вероятности рядом Тейлора по s_k и s_{k+1} в окрестности точки (0,0) подобно тому, как это было сделано при выводе

математического ожидания функции $f_{sk}(\dots)$, равенство (11) можно привести к виду

$$\begin{aligned} D\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} &= \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left\{ \frac{p'_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \cdot s_k^2 - \left[\frac{p'_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \right]^2 \cdot s_k^2 - \right. \\ &\quad \left. - E\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\}^2 \right\} p_2(u_k, u_{k+1}) \cdot du_k du_{k+1} = \\ &= s_k^4 \cdot \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left\{ \frac{p'_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} - \left[\frac{p'_{sk}(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \right]^2 + \gamma_{sk}^2 \right\} \times p_2(u_k, u_{k+1}) \cdot du_k du_{k+1}. \quad (12) \end{aligned}$$

Подынтегральное выражение неотрицательно, поэтому весь интеграл неотрицателен. Обозначим его как U^2 . Тогда (12) приобретет вид

$$D\{f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = s_k^4 U^2. \quad (13)$$

С учетом этого дисперсия суммы (8) не превышает величины (10), т. е.

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} < (K-1) \cdot U^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k^4. \quad (14)$$

Обозначив как s_{max} максимальную абсолютную величину отсчета полезного сигнала, последнее неравенство можно заменить очевидным неравенством

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} < U^2 \cdot (K-1) \cdot s_{max}^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k^2. \quad (15)$$

Умножим и разделим правую часть на величину дисперсии помехи σ^2 . Получим, что

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} < \sigma^2 U^2 \cdot (K-1) \cdot d_{max} \sum_{k=1}^{K-1} s_k^2, \quad \sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \approx -\gamma_{sk}^2 \cdot \sum_{k=1}^{K-1} s_k^2. \quad (18)$$

где величина $d_{max} = s_{max}^2 / \sigma^2$ представляет собой максимальное отношение «сигнал/помеха» в одном отсчете.

В результате величина $f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)$ не превышает среднеквадратичное отклонение (СКО)

$$\sigma_{f_{max}} = \sigma U \sqrt{(K-1) \cdot d_{max}} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^{K-1} s_k^2}. \quad (17)$$

Сравним это СКО с абсолютной величиной математического ожидания (7). Поскольку σ, U и K – ограниченные величины, а энергия сигнала $\sum_{k=1}^K s_k^2$ конечна, то при малой величине d_{max} отношения «сигнал/помеха» величина СКО будет намного меньше абсолютной величины математического ожидания. Поэтому сумму $\sum_{k=1}^{K-1} f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)$ из итогового выражения работы [3] можно заменить ее математическим ожиданием:

$$E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \cdot p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1}) du_k du_{k+1}. \quad (21)$$

Представляя двумерную плотность вероятности рядом Тейлора аналогично тому, как это было сделано при оценке величины $f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)$, получаем, что

$$E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \cdot p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1}.$$

Подставляя сюда из работы [3] выражение, находим:

$$E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = s_k \cdot s_{k+1} \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left[\frac{p''_{sk, sk+1}}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} - \frac{p'_{sk} \cdot p'_{sk+1}}{p^2(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \right] \times p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1}.$$

Аналогичным образом в итоговом выражении работы [3] можно произвести еще одну замену:

$$\sum_{k=1}^{K-1} f_{sk+1}(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \approx -\gamma_{sk+1}^2 \cdot \sum_{k=1}^{K-1} s_{k+1}^2. \quad (19)$$

Теперь упростим последнее слагаемое итогового выражения работы [3]. Согласно центральной предельной теореме величина $\sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)$ является гауссовской случайной величиной; для описания ее плотности распределения вероятности надо знать ее математическое ожидание и ее дисперсию. Математическое ожидание равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$E \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} = \sum_{k=1}^{K-1} E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\}. \quad (20)$$

Согласно определению математического ожидания имеем

Так как $p_2(u_k, u_{k+1}) = p(u_{k+1}; \Delta t | u_k) \cdot p(u_k)$, то последнее выражение можно привести к следующему виду:

$$E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = s_k \cdot s_{k+1} \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} p''_{sk, sk+1} \cdot p_2(u_k) du_k du_{k+1} - s_k \cdot s_{k+1} \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \frac{p'_{sk} \cdot p'_{sk+1}}{p^2(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \cdot p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1}.$$

В этом выражении первый интеграл равен нулю по тем же соображениям, что и принятые во внимание при выводе выражения (4). Тогда

$$E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = -s_k \cdot s_{k+1} \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \frac{p'_{sk} \cdot p'_{sk+1}}{p^2(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \cdot p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1}. \quad (22)$$

Введем обозначение

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= - \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \frac{p'_{sk} \cdot p'_{sk+1}}{p^2(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \cdot p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1} = \\ &= E \left\{ \frac{\partial \ln p(u_{k+1} - s_{k+1}; \Delta t | u_k - s_k)}{\partial s_k} \times \right. \\ &\times \left. \frac{\partial p(u_{k+1} - s_{k+1}; \Delta t | u_k - s_k)}{\partial s_{k+1}} \right|_{\substack{s_k=0 \\ s_{k+1}=0}} \end{aligned} \quad (23)$$

Получаем, что

$$E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = s_k \cdot s_{k+1} \cdot \kappa^2. \quad (24)$$

Подстановка этого результата в (20) дает

$$E \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} = \kappa^2 \cdot \sum_{k=1}^{K-1} s_k \cdot s_{k+1}. \quad (25)$$

Теперь найдем дисперсию величины $\sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)$. Аналогично тому, как это было сделано при выводе выражения (8), имеем

$$\begin{aligned} D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} &= \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{k=1}^{K-1} R_{\varphi k l} \times \\ &\times \sqrt{D\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} \cdot D\{\varphi(u_l, u_{l+1}, \Delta t)\}}. \end{aligned} \quad (26)$$

$$D\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} =$$

$$= \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left[\frac{p''_{sk, sk+1} \cdot s_k \cdot s_{k+1}}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} - \frac{p'_{sk} \cdot p'_{sk+1} \cdot s_k \cdot s_{k+1}}{p^2(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} - \kappa^2 \cdot s_k \cdot s_{k+1} \right]^2 \times$$

$$\times p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1} =$$

$$= s_k^2 \cdot s_{k+1}^2 \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \left[\frac{p''_{sk, sk+1}}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} - \frac{p'_{sk} \cdot p'_{sk+1}}{p^2(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} - \kappa^2 \right]^2 \times$$

$$\times p_2(u_k, u_{k+1}) du_k du_{k+1}. \quad (30)$$

Подынтегральное выражение неотрицательно, поэтому весь интеграл неотрицателен. Обозначим его как V^2 . Тогда (30) приобретает вид

Здесь аналогично (9) коэффициенты корреляции таковы:

$$\begin{aligned} R_{\varphi k l} &= \frac{E\{[\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) - E\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\}] \times \\ &\times [\varphi(u_l, u_{l+1}, \Delta t) - E\{\varphi(u_l, u_{l+1}, \Delta t)\}]\}}{\sqrt{D\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} \cdot D\{\varphi(u_l, u_{l+1}, \Delta t)\}}} \end{aligned} \quad (27)$$

Дадим дисперсии суммы оценку сверху. Для этого положим, что все коэффициенты корреляции равны единице и что все дисперсии одинаковы и равны $D\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\}$. Тогда

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} < (K-1) \sum_{k=1}^{K-1} D\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\}. \quad (28)$$

Найдем дисперсию отдельного слагаемого, стоящего под знаком суммы в правой части (28):

$$\begin{aligned} D\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} &= \\ &= \iint_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} [\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) - \kappa^2 s_k \cdot s_{k+1}] \times \\ &\times p_2(u_k - s_k, u_{k+1} - s_{k+1}) du_k du_{k+1}. \end{aligned} \quad (29)$$

Представляя двумерную плотность вероятности рядом Тейлора аналогично тому, как это было сделано при оценке величины $f_{sk}(u_k, u_{k+1}, \Delta t)$, получаем:

$$D\{\varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t)\} = s_k^2 \cdot s_{k+1}^2 \cdot V^2. \quad (31)$$

С учетом этого для дисперсии суммы (28) имеет место следующее соотношение:

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} < V^2 \cdot (K-1) \cdot s_{max}^2 \cdot \sum_{k=1}^{K-1} s_k \cdot s_{k+1}. \quad (32)$$

Умножив и разделив правую часть на величину σ^2 дисперсии помехи, приводим (32) к следующему виду:

$$D \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \right\} < \sigma^2 V^2 \cdot (K-1) \cdot d_{max} \cdot \sum_{k=1}^{K-1} s_k \cdot s_{k+1}, \quad (33)$$

где $d_{max} = s_{max}^2 / \sigma^2$ – максимальное отношение «сигнал/помеха» в одном отсчете.

В итоге СКО рассматриваемой суммы не превысит величины

$$\sigma_{\varphi max} = \sigma V \sqrt{(K-1) d_{max} \sum_{k=1}^{K-1} s_k \cdot s_{k+1}}. \quad (34)$$

Поскольку σ, V и K – ограниченные величины, а $\sum_{k=1}^{K-1} s_k \cdot s_{k+1}$ меньше некоторой конечной энергии сигнала $\sum_{k=1}^{K-1} s_k^2$, то при малой величине d_{max} СКО

рассматриваемой суммы существенно меньше ее математического ожидания и эту сумму можно заменить ее математическим ожиданием:

$$\sum_{k=1}^{K-1} \varphi(u_k, u_{k+1}, \Delta t) \approx \kappa^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k \cdot s_{k+1}. \quad (35)$$

С учетом преобразований, проделанных для $f_{sk}(\dots)$, $f_{sk+1}(\dots)$ и $\varphi(\dots)$, а также с учетом выражения (1) функцию правдоподобия [3] можно представить в виде

$$p(\vec{u}|\vec{\lambda}) = H + \sum_{k=1}^{K-1} \frac{p'_{sk}}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \cdot s_k + \sum_{k=1}^{K-1} \frac{p'_{sk+1}}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \cdot s_k - \frac{1}{2} \left(\gamma_{sk}^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k^2 + \gamma_{sk+1}^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_{k+1}^2 \right) + \kappa^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k \cdot s_{k+1}, \quad (36)$$

где коэффициенты γ_{sk} , γ_{sk+1} и κ являются, в конечном итоге, функциями от интервала Δt временной дискретизации отсчетов. Введем следующие обозначения:

$$y_{sk} = \frac{p'_{sk}}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)} \quad (37)$$

$$y_{sk+1} = \frac{p'_{sk+1}}{p(u_{k+1}; \Delta t | u_k)}. \quad (38)$$

Они описывают некоторые инерционные нелинейные преобразователи (инерционные – т.к. результат преобразования отсчета u_{k+1} зависит от предыдущего отсчета u_k) входного напряжения приемника. С учетом (37) и (38) функцию правдоподобия (36) можно записать как

$$p(\vec{u}|\vec{\lambda}) = H + \sum_{k=1}^{K-1} y_{sk} \cdot s_k(\vec{\lambda}) + \sum_{k=1}^{K-1} y_{sk+1} \cdot s_k(\vec{\lambda}) - \frac{1}{2} \left(\gamma_{sk}^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k^2(\vec{\lambda}) + \gamma_{sk+1}^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_{k+1}^2(\vec{\lambda}) \right) + \kappa^2 \sum_{k=1}^{K-1} s_k(\vec{\lambda}) \cdot s_{k+1}(\vec{\lambda}), \quad (39)$$

где мы вновь вернули в запись обозначение функциональной зависимости от информационного параметра $\vec{\lambda}$.

По аналогии с тем, как это было сделано в работе [3], введем взвешенную корреляционную сумму

$$q(\vec{\lambda}, \Delta t) = \sum_{k=1}^{K-1} [y_{sk} \cdot s_k(\vec{\lambda}) + y_{s_{k+1}} \cdot s_{k+1}(\vec{\lambda})] \quad (40)$$

и взвешенную энергетическую сумму

$$\mu(\vec{\lambda}, \Delta t) = 0,5 \sum_{k=1}^{K-1} \{ \gamma_{s_k}^2(\Delta t) s_k^2(\vec{\lambda}) + \gamma_{s_{k+1}}^2(\Delta t) s_{k+1}^2(\vec{\lambda}) - 2\kappa^2(\Delta t) s_k(\vec{\lambda}) s_{k+1}(\vec{\lambda}) \}. \quad (41)$$

Тогда

$$p(\vec{u}|\vec{\lambda}) = H + q(\vec{\lambda}, \Delta t) - \mu(\vec{\lambda}, \Delta t). \quad (42)$$

Видим, что структура функции правдоподобия такая же, как и аналогичная структура для случая статистически независимых отсчетов. Однако функциональное содержание этой структуры изменилось коренным образом:

- 1) нелинейные преобразования входных отсчетов стали инерционными;
- 2) в энергетической сумме появились слагаемые, учитывающие перекрестные связи между соседними отсчетами полезного сигнала.

В соответствии с выражениями (37), (38) и (40) структурная схема узла вычисления корреляционной суммы имеет вид, представленный на рис. 1 (вспомогательные устройства, обеспечивающие временную дискретизацию входного напряжения, опущены).

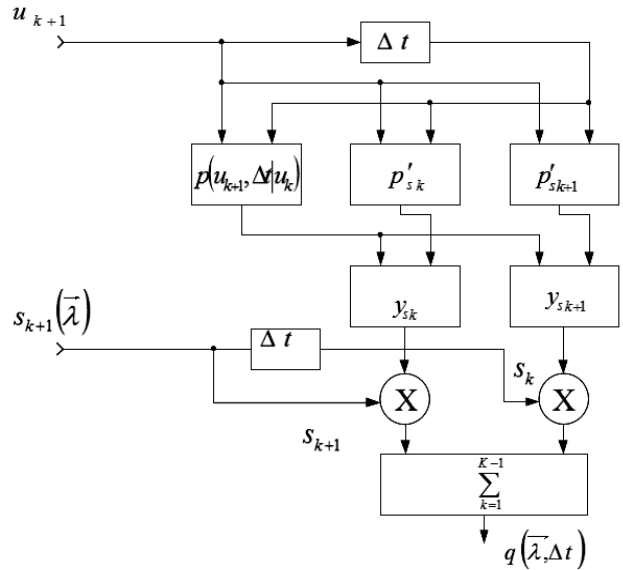


Рис. 1. Структурная схема узла вычисления корреляционной суммы

Структурная схема узла вычисления взвешенной энергетической суммы при фиксированной $\vec{\lambda}$ приведена на рис. 2.

Два последних рисунка представляют структуры корреляционного и энергетического сумматоров в общем случае, для произвольной плотности распределения вероятности помех. Они являются базовыми для построения устройства оптимального приёма сигнала в условиях действия двухкомпонентной марковской помехи.

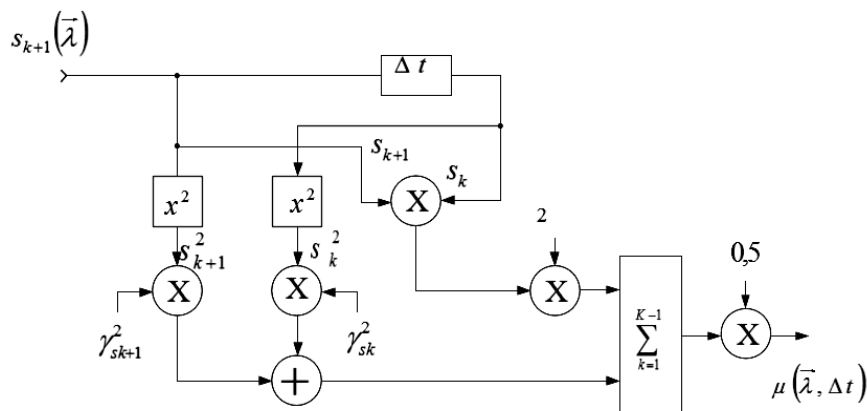


Рис. 2. Структурная схема узла вычисления взвешенной энергетической суммы при фиксированной $\vec{\lambda}$

Выводы

Для осуществления оптимального приёма сигналов на фоне двухкомпонентной марковской помехи может быть применено устройство, построенное на базе совокупности инерционных нелинейных преобразователей отсчётов входного сигнала и блоков вычисления так называемых корреляционной и взвешенной энергетической сумм. Операции нелинейного преобразования, а также вычисления корреляционной суммы и взвешенной энергетической суммы основаны на выполнении математических операций суммирования, вычитания, перемножения и возведения в квадрат, легко реализуемых инженерными средствами.

Список использованных источников

1. Djukanovic, S. A Parametric Method for Multicomponent Interference Suppression in Noise Radars [Текст] / S. Djukanovic, V. Popovic // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2012. – V.48. – No.3. – P. 2730 – 2738.
2. Ананьева, О. М. Синтез нелинейного приёмника сигналов АЛСН в условиях действия многокомпонентной аддитивной помехи [Текст] / О. М. Ананьева, М. Г. Давиденко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2015. – № 6. – С. 46 – 50.
3. Ананьева, О. М. Аппроксимация функции правдоподобия аддитивной смеси сигнала и двухкомпонентной помехи [Текст] / О. М. Ананьева, М. Г. Давиденко, М. М. Бабаев // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2016. – № 5. – С. 9–13.
4. Тихонов, В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем [Текст] / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 2004. – 608 с.
5. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая [Текст] / Б. Р. Левин. – М.: Советское радио, 1974. – 552 с.

С. В. Панченко, О. М. Ананьева, М. Г. Давиденко, М. М. Бабаев. Інженерна інтерпретація функції правдоподібності адитивної суміші сигналу й двокомпонентної завади. Розглянуто аналітичний опис функції правдоподібності для ситуації, коли структурно-детермінований сигнал приймається на тлі адитивної двокомпонентної марковської завади. Подано структурні схеми вузла обчислення кореляційної суми й вузла обчислення зваженої енергетичної суми для довільної щільності розподілу ймовірності завад. Вони засновані на виконанні інженерно легкорезалізовуваних математичних операцій і є базовими для побудови обладнання оптимального приймання сигналу в умовах дії двокомпонентної марківської завади.

Ключові слова: математичне очікування, дисперсія, гаусівська випадкова величина, функції правдоподібності, двокомпонентна марковська завада

S. V. Panchenko, O. M. Anan'yeva, M. G. Davidenko, M. M. Babaev. Engineering interpretation of function of credibility of additive mix of signal and two-component hindrance. The analytical description of function of credibility for situation when the structural determined signal is accepted against additive two-component Markov hindrance is considered. This expression has rather general character complicating further transition to specific technical solutions. For ensuring its engineering interpretation, to development of the previous works of authors, this expression it is transformed taking into account statistical properties and interrelations of both hindrances, and also individual and mutual power of hindrances and signal. Using estimates from above for component of convertible expression the credibility functions composed, entered the final description, essential in size, are found. The device which is carrying out optimum reception of signals as a result can be provided as set of inertial nonlinear converters of counting of arrival signal and blocks of calculation of the so-called correlation and weighed power sums. They are basic for creation of the device of optimum reception of signal in the conditions of action of two-component Markov hindrance.

Keywords: population mean, dispersion, Gaussian random variable, credibility functions, two-component Markov hindrance.

Надійшла 30.01.2017 р.

Панченко С. В., доктор технічних наук, професор, ректор Українського державного університету залізничного транспорту. Харків, Україна. E-mail: eltech@kart.edu.ua

Ананьева О. М., кандидат технічних наук, докторант кафедри автоматизації та комп'ютерного телеуправління рухом поїздів Українського державного університету залізничного транспорту. Харків, Україна. E-mail: eltech@kart.edu.ua

Давиденко М. Г., кандидат технічних наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Українського державного університету залізничного транспорту. Харків, Україна. E-mail: eltech@kart.edu.ua

Бабаев М. М., доктор технічних наук, професор кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Українського державного університету залізничного транспорту. Харків, Україна. E-mail: eltech@kart.edu.ua

Panchenko S. V., Doctor of Engineering, professor, rector of the Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv., Ukraine E-mail: eltech@kart.edu.ua

Anan'yeva O. M., Candidate of Technical Sciences, doctoral student of department of automation and computer telecontrol train Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: eltech@kart.edu.ua

Davidenko M. G., Candidate of Technical Sciences, associate professor of department of electroenergy, electrical equipment and electromechanics Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: eltech@kart.edu.ua

Babaev M. M., Doctor of Engineering, professor of department of electroenergy, electrical equipment and electromechanics of the Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: eltech@kart.edu.ua